



مرکز آموزشی نوگام

گامی نو، گامی ماندگار

پاسخ تشریحی

جیمت و ریاضی

کنکور ۱۳۹۸ MBA

استاد عرفانیان

استاد احمدی

همیشه: سوالات استعداد و آمادگی تحصیلی ویژه رشته مدیریت سال ۱۳۹۸

الف: حل مسأله

۱- پنج تخم‌مرغ کاملاً مشابه که دوتای آنها ۵۰ گرمی و سه‌تای آنها ۶۰ گرمی هستند، در اختیار داریم. حداقل با چند بار استفاده از یک ترازوی دوکفه‌ای که در هر بار وزن کردن، فقط می‌توان وزن چند تخم‌مرغ را با هم مقایسه کرد، می‌توان به طور قطع، یکی از تخم‌مرغ‌های ۵۰ گرمی را یافت؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۲- فردی بین اینکه مبلغی را میان فرزند بزرگ و کوچک خود، به ترتیب، به نسبت‌های ۵ به ۲ یا ۸ به ۳ تقسیم کند، مردد است. وی می‌داند که در حالت دوم نسبت به حالت اول، اختلاف پولی که فرزندانش می‌گیرند، ۶ میلیون تومان بیشتر می‌شود. مبلغ اولیه چند میلیون تومان بوده است؟

- (۱) ۱۵۲ (۲) ۲۳۱ (۳) ۲۴۰ (۴) ۴۶۲

۳- کودکی سه نوع مکعب کوچک، متوسط و بزرگ با طول اضلاع ۳، ۵ و ۱۰ سانتیمتر و از هر کدام به تعداد فراوان، در اختیار دارد. این کودک، به ترتیب، ستونی به ارتفاع ۵۱ سانتیمتر را حداقل و ستونی به ارتفاع ۵۲ سانتی‌متر را حداکثر، با چند مکعب می‌تواند بسازد؟

- (۱) ۸ و ۱۵ (۲) ۷ و ۱۵ (۳) ۷ و ۱۶ (۴) ۸ و ۱۶

۴- به ازای هر ۲۴ واحد درسی که A پاس می‌کند، B و C به ترتیب ۱۶ و ۱۰ واحد پاس می‌کنند. C باید چند واحد درسی پاس کند تا B، دو واحد کمتر از میانگین این سه نفر، واحد پاس کرده باشد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۶۰

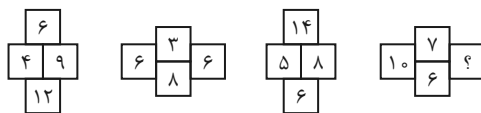
۵- بهرام تعداد ۱۰۰ آجر را روی یک خط راست، کنار هم چیده است و از یک طرف به طرف دیگر، آنها را از ۱ تا ۱۰۰ شماره‌گذاری کرده است. او دو آجر را از میان آجرها طوری برمی‌دارد که نسبت تعداد آجرهای سه دسته، ۳ به ۵ به ۶ می‌شود. کدام دو آجر، نمی‌تواند آجرهای برداشته شده باشد؟

- (۱) ۴۳ و ۶۵ (۲) ۳۶ و ۷۹ (۳) ۳۶ و ۵۸ (۴) ۲۲ و ۶۹

۶- چهار الوار چوبی به نسبت طول‌های ۳، ۶، ۸ و ۱۱ در اختیار داریم. ابتدا توسط آنها، چهار پایه یک صندلی با بلندترین ارتفاع ممکن را می‌سازیم، به طوری که پایه‌ها یک تکه باشند. سپس، همین عمل را با تکه‌الوارهای باقیمانده انجام می‌دهیم. نسبت ارتفاع پایه‌های دو صندلی، کدام است؟

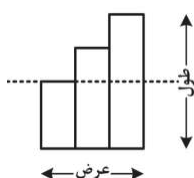
- (۱) $\frac{۲۲}{۵}$ (۲) $\frac{۹}{۲}$ (۳) $\frac{۸}{۳}$ (۴) $\frac{۹}{۴}$

۷- بین اعداد در هر کدام از شکل‌های زیر، ارتباط خاص و یکسانی موجود است. به جای علامت سوال، کدام عدد باید قرار بگیرد؟



- (۱) ۸
(۲) ۹
(۳) ۱۱
(۴) ۱۲

۸- شکل زیر، سه مستطیل را نشان می‌دهد که دارای عرض‌های برابر هستند. نسبت طول به عرض مستطیل‌ها، نه لزوماً به ترتیب، ۵ به ۴، ۴ به ۳ و ۳ به ۲ است. اگر از خطچین، دو مستطیل بزرگ‌تر را برش دهیم، نسبت طول دو تکه بریده شده کدام است؟



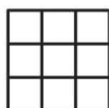
(۱) ۳ به ۴

(۲) ۲ به ۳

(۳) ۱ به ۴

(۴) ۱ به ۳

۹- به چند طریق متفاوت، می‌توان ۷ دایره را در ۹ جای خالی شکل زیر رسم کرد، به طوری که در هر سطر و ستون، حداکثر یک خانه بماند و از دوران شکل، حالت‌های مشابهی رخ ندهد؟



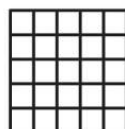
(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۸

۱۰- کاغذ مقوایی مربع شکلی مطابق شکل زیر، به صورت ۵×۵ شطرنجی شده است. حداکثر چند قطعه یک تکه به صورت  می‌توان از این مقوا درآورد؟



(۱) ۶

(۲) ۵

(۳) ۴

(۴) ۳

ب: استدلال منطقی

۱۱- یکی از مهم‌ترین مبانی تحول سازمانی، به‌کارگیری مدل مشارکت- توانمندسازی است. مشارکت در برنامه‌های تحول سازمان، مختص نخبگان یا افراد سطح بالای سازمان نیست. بلکه باید به‌طور وسیعی در سراسر سازمان گسترش پیدا کند. افزایش مشارکت در توانمندسازی، از عمده‌ترین هدف‌های اصلی و ارزش‌های والای حوزه تحول سازمان به‌شمار می‌آیند. مشارکت، نوعی اکسیر قدرتمند است که مورد علاقه افراد است و به‌گونه قابل ملاحظه‌ای عملکرد فردی و سازمانی را بهبود می‌بخشد. برای توانمندسازی باید به افراد قدرت داد. این مهم، از راه اختیاری به افراد برای مشارکت، اتخاذ تصمیم‌ها، ابزار ایده‌ها، اعمال نفوذ و نیز مسئولیت‌دهی به افراد محقق می‌شود. به همین علت، مشارکت، شکل مؤثری از توانمندسازی است. مشارکت، توانمندسازی را افزایش می‌دهد و توانمندسازی نیز در عوض، عملکرد و سلامت فرد را بهبود می‌بخشد.

کدام مورد، در صورتی که صحیح فرض شود، به بهترین وجه، استدلال متن را تقویت می‌کند؟

- ۱) برعکس برخی نخبگان که تمایلی به تقسیم قدرت ندارند، بسیاری از کارکنان معمولی، از این تقسیم قدرت راضی بوده و از آن استقبال می‌کنند.
- ۲) در بسیاری از شرکت‌های بزرگ در کشورهای پیشرفته جهان، در جهت پیاده‌سازی مدل مشارکت توانمندسازی، گام‌های خوبی برداشته شده است.
- ۳) افراد سطوح بالای مدیریت در سازمان‌های مختلف همگی بر این باورند که به‌کارگیری مدل مشارکت توانمندسازی، گامی به جلو در جهت افزایش کارایی سازمانی است.
- ۴) در سازمان‌های با مدل مشارکت-توانمندسازی، سود نهایی سازمان به خاطر بهره‌وری بالای کارکنان و کمتر شدن غیبت و صرف هزینه کمتر برای بهداشت و سلامت کارکنان بالا می‌رود.

۱۲- روند روبه‌رشد اجتناب از پرداخت مالیات در دهه اخیر، توجه بسیاری از محققان را به خود معطوف داشته است. اجتناب مالیاتی حاصل مهم‌ترین تصمیمات مدیران شرکت است که به‌واسطه جلوگیری از انتقال منابع شرکت به دولت، ممکن است آثار مساعد یا نامساعدی بر ارزش شرکت بر جای گذارد. مدیران می‌توانند از طریق به تأخیر انداختن پرداخت مالیات، مانع از خروج وجه نقد شرکت شوند. از این رو، اجتناب مالیاتی برای شرکت منافی را به‌همراه دارد؛ اما می‌توان کاری کرد که عواقب اجتناب مالیاتی بتواند سد بزرگی در فرار از پرداخت مالیات ایجاد کند.

کدام مورد، در صورتی که صحیح فرض شود، می‌تواند تلاش برای ایجاد مانع برای فرار مالیاتی را تضعیف کند؟

- ۱) میزان مالیاتی که دولت بر شرکت‌ها می‌بندد، در برخی موارد، چنان غیرواقع‌بینانه است که دعاوی شرکت‌ها بسیار زیاد و بودجه تشکیل و رسیدگی به این شکایات، زمان‌بر و پرهزینه می‌شود.
- ۲) برخی مدیران، با استخدام حسابدارهای مجرب، چنان دفاتر خود را تنظیم می‌کنند که تنها ممیزهای بسیار خبره می‌توانند از تقلب صورت‌گرفته سر در بیاورند.
- ۳) سود حاصل از فرار مالیاتی چنان قابل توجه است که هر شرکتی، عواقب تخطی از آن را به هر شکل که باشد، به جان می‌خرد.
- ۴) بعضی از مدیران، بسیار محافظه‌کار هستند و لذا خود در کمال صداقت، اظهارنامه‌های مالیاتی را تکمیل می‌کنند.

۱۳- به هنگام تصمیم‌گیری، معمولاً تمامی اطلاعات مرتبط با موضوع، در اختیار ما نیست. زمان نیز معمولاً تنگ است و ما فرصت نداریم تک‌تک گزینه‌های پیش رو را تمام و کمال بررسی و سپس تصمیم‌گیری کنیم. این موضوع در سازمان‌ها، از شدت بیشتری برخوردار است. زیرا مدیران پیوسته مجبورند دست به تصمیم‌گیری بزنند و زمان و اطلاعات کافی نیز در اختیار ندارند. در این شرایط، ممکن است از میانبرهای ذهنی استفاده شود. یعنی به‌جای طی کردن فرایند کامل تصمیم‌گیری عقلایی، با سرعتی بیشتر و با اتکا به شهود و اندکی حدس و گمان، دست به تصمیم‌گیری زد. صاحب‌نظران، این نوع تصمیم‌گیری را تصمیم‌گیری شهودی می‌نامند. مهم‌ترین ضعف تصمیم‌گیری شهودی، دقت پایین آن در مقایسه با تصمیم‌گیری عقلایی است.

کدام مورد را می‌توان به درستی، از متن فوق استنباط کرد؟

- (۱) مدیری که نتواند در مواقع خاص، از میانبرهای ذهنی در تصمیم‌گیری استفاده کند، مدیری مناسب نیست.
- (۲) در شرایطی که زمان تنگ است و فرصت کافی وجود ندارد، مدیر برای افزایش دقت در تصمیم‌گیری باید به تصمیم‌گیری شهودی روی آورد.
- (۳) تصمیم‌گیری شهودی در سازمان‌های بزرگ رویه‌ای منطقی نیست، زیرا پیامدهای آن در صورت نادرست بودن تصمیم، گاهی می‌تواند جبران‌ناپذیر باشد.
- (۴) بهترین تصمیم زمانی حاصل می‌شود که مدیر در حالتی که فرصت تصمیم‌گیری عقلایی هم داشته است، تصمیم خود را قبل از عملی ساختن، با ندای درونی و شهود محک بزند.

۱۴- در فرضیه جبران، استدلال می‌شود که جهانی شدن اقتصاد، خطرانی را برای جامعه و اقتصاد ملی ایجاد می‌کند و موجب فشارهایی به دولت‌ها برای گسترش بخش عمومی می‌شود. دولت‌ها برای مقابله و کاهش این خطرات، آماده هزینه کردن بیشتر، به‌ویژه در بخش بیمه‌های اجتماعی هستند. لذا، هزینه‌های دولت در تعامل با جهانی شدن، روند افزایشی خواهد داشت و این به معنی بزرگ‌تر شدن اندازه دولت است. تأثیر مثبت درجه باز بودن اقتصاد بر اندازه دولت، در ادبیات اقتصادی به فرضیه جبران رودریک معروف است. رودریک می‌گوید که مخارج دولتی در اقتصادهایی که در معرض ریسک بیرونی زیادی قرار دارند، نقش کاهنده ریسک را بازی می‌کند.

کدام مورد، به بهترین وجه، رابطه منطقی دو جمله‌ای از متن را که زیر آنها خط کشیده شده است، نشان می‌دهد؟

- (۱) اولی، نتیجه‌گیری متن است و دومی، با بیان شرایط خاص، آن را توجیه و تقویت می‌کند.
- (۲) اولی، یک قضاوت است و دومی، ادله‌ای است که قضاوت مذکور، بر پایه آن استوار است.
- (۳) اولی، دلیلی است که نتیجه‌گیری متن را تقویت می‌کند و دومی، با ادعایی جدید، آن نتیجه‌گیری را مستحکم‌تر می‌سازد.
- (۴) اولی، دلیلی است که نویسنده برای تأیید نتیجه‌گیری متن آورده است و دومی، آن نتیجه‌گیری را با یک قیاس تعدیل می‌کند.

۱۵- همزمان با گرم شدن کره زمین، نسل جدیدی را موش خرماها به وجود آمده است که اصطلاحاً به آنها موش خرما سوپر گفته می‌شود. به‌واقع با گرم شدن تدریجی زمین، میزان زادوولد در این گونه موش‌ها افزایش چشمگیری پیدا کرده است و وزن متوسط آنها نیز در یک دوره ۲۳ ساله، بیش از ۴۰۰ گرم افزایش یافته است و جمعیت آنها نیز چهار برابر شده است. حال تا دیر نشده است باید دمای زمین را مهار کرد تا این اتفاق، به همین شکل، برای گونه‌های جانوری دیگر روی ندهد.

کدام مورد زیر را می‌توان جدی‌ترین ایراد در نحوه استدلال فوق برشمرد؟

- (۱) فرض غلط مبنی بر اینکه شرایط موجود در طی زمان، ثابت باقی خواهد ماند.
- (۲) استفاده نابجا از قیاس برای تعمیم یک یافته
- (۳) یکی پنداشتن رابطه همبستگی با علیت
- (۴) اغراق در گزارش یافته‌ای جدید

۱۶- مهندس شرکت «الف»: هیدروژن یکی از منابع سوختی آینده است، زیرا هیدروژن می تواند با انجام یک واکنش الکتروشیمیایی، نیروی زیادی تولید کند. خروجی آگزوز خودروهای هیدروژنی تنها بخار آب است و البته این آب، آنقدر پاکیزه است که حتی قابل نوشیدن است. بنابراین برای مقابله با کمبود سوخت و جلوگیری از آثار مخرب زیست محیطی سوخت های فسیلی، دولت ها باید به سرعت در جهت تبدیل موتور خودروهای موجود به موتورهای هیدروژنی اقدام کنند.

کدام مورد، در صورتی که صحیح فرض شود، نتیجه گیری مهندس شرکت «الف» را به قوی ترین شکل ممکن، زیر سوال می برد؟

- ۱) استفاده از سوخت هیدروژنی باعث خواهد شد که استفاده از خودروهای شخصی فزونی یافته و اقبال مردم به وسایل حمل و نقل عمومی کمتر شود.
- ۲) بسیاری از مردم بر این باورند که سرعت و شتابی که با خودروهای فسیلی به دست می آید، با موتورهای هیدروژنی امکان پذیر نیست.
- ۳) فناوری لازم برای تبدیل موتورهای موجود به موتورهای دوگانه سوز نسل جدید، در اختیار شرکت های معدودی در جهان است.
- ۴) تبدیل موتور خودروهای موجود برای تناسب با سوخت هیدروژنی، کاری عملی و مقرون به صرفه نیست.

۱۷- یک شرکت تولیدی ژاپنی، مسواک جدیدی ساخته که بدون استفاده از خمیردندان، جرم دندان ها را پاک می کند. این مسواک شگفت انگیز به چند سلول خورشیدی مجهز است که مانند ماشین حساب های خورشیدی، پرتوهای خورشیدی را به جریان الکتریکی تبدیل می کنند. این جریان الکتریکی، از طریق یک سیم سربی به سر مسواک منتقل می شود و وقتی با دندان تماس پیدا می کند، با اسید موجود در محیط، واکنشی شیمیایی انجام می دهد که جرم های نشسته بر دندان را می شکند و باکتری های مخرب دندان را از بین می برد. این شرکت امیدوار است که با عرضه این محصول جدید، گوی سبقت را از مسواک های سنتی بر باید و بتواند بازاری بزرگ در ژاپن برای خود ایجاد کند.

کدام مورد، فرض لازم برای موفقیت برنامه این شرکت محسوب نمی شود؟

- ۱) کشورهای دیگر، اقدام به کپی برداری از این نوآوری جهت ایجاد تنوع در بازارهای داخلی خود و افزایش سودآوری شان نخواهند کرد.
- ۲) میزان بهداشت دهان و دندانی که این مسواک ها به وجود می آورند، از روش سنتی مسواک زدن دهان و دندان، چیزی کم ندارد.
- ۳) قیمت مسواک های خورشیدی، منطقی و قابل رقابت با مسواک های سنتی خواهد بود.
- ۴) استفاده درازمدت از مسواک جدید، عوارض جانبی خاصی به دنبال نخواهد داشت.

۱۸- نظر به اهمیت تجارت آزاد جهانی در توسعه و پیشرفت اقتصاد ملی کشورهای مختلف جهان، حال می توانید بگویید که شما در راستای پیوستن به این محرک قوی توسعه اقتصادی، دقیقاً چه کارهایی تا به حال انجام داده اید؟

کدام مورد را می‌توان به عنوان تله‌ای فرض کرد که طراح سوال، آگاهانه یا ناآگاهانه، برای مخاطب سوال فوق، گسترانیده است؟

- (۱) با طرح مقدمه‌ای که شاید غلط باشد، مخاطب را به نتیجه‌گیری و قبول آن نتیجه‌گیری توسط وی وادار می‌کند و لذا او را به ارائه پاسخی می‌کشاند که جواب آن، از قبل برای پرسشگر مشخص است.
- (۲) مخاطب در عین اینکه ممکن است با گزاره قبل از سوال موافقت نداشته باشد، مستقیماً به جواب سوال بپردازد و به‌طور ضمنی، طوری وانمود شود که او با آن گزاره موافق است.
- (۳) با کنار هم قرار دادن دو پدیده که ممکن است ربطی به هم نداشته باشند، مخاطب را وامی‌دارد که رابطه علت و معلولی آنها را بیان کند.
- (۴) مشکلی را که گروهی از افراد با آن روبرو هستند، تعمیم مبالغه‌آمیز کرده و به تمامی افراد آن گروه تسری می‌دهد.

۱۹- در هر سیم‌کارت، رمزها و اعدادی هست که به آن اجازه اتصال به یک شبکه را می‌دهد. مهم‌ترین مشخصه سیم‌کارت، رمزی است به نام IMSI (هویت بین‌المللی دارنده تلفن همراه). این رمز، یک عدد ۱۵ رقمی است. سه رقم نخست آن، مربوط به کشور است؛ دو رقم بعدی، مربوط به نوع شبکه و ده رقم انتهایی، مربوط به خط تلفن شماست. یعنی هر کشور می‌تواند ۹۹ شبکه تلفنی، هر کدام با ۹۹۹,۹۹۹,۹۹۹ عضو داشته باشد که در مجموع، نزدیک به ۹۹ میلیارد عضو خواهد شد. بنابراین، تا وقتی تعداد خط‌های تلفن همراه هیچ کشوری از ۹۹ میلیارد بیشتر نشده،

کدام مورد، به منطقی‌ترین وجه، جای خالی در متن فوق را کامل می‌کند؟

- (۱) از کسی شکایت نکنید
- (۲) جای نگرانی نیست
- (۳) دودستی به رمز کارت خود نجسبید
- (۴) خط خود را عوض نکنید

۲۰- رئیس شرکت: من از شما مدیران می‌خواهم که در برخورد با مسائلی که در محیط کار با آنها روبرو می‌شوید، به راه‌حل‌های کلیشه‌ای که ممکن است به ذهن هر کسی خطور کند، اصلاً اعتماد نکنید و به فکر نواندیشی باشید. به‌واقع، مثل من به سقراط اقتدا کنید که می‌گفت من فقط یک چیز می‌دانم و آن این است که هیچ نمی‌دانم.

مدیر «الف»: با توجه به نقل قول شما، باید عرض کنم که بنابراین، درباره رویکرد پیشنهادی شما در برخورد با مسائل کاری نیز، اعتمادی نیست.

رئیس شرکت: آن طور که شما حرف من را برداشت کردید، باید بگویم درست می‌گویید.

کدام مورد، نحوه برداشت مدیر «الف» از نقل قول رئیس شرکت را به بهترین وجه، توصیف می‌کند؟

- (۱) به مدیر یادآور می‌شود که هر کس تجربه‌های متفاوتی دارد و راه‌حل کلیشه‌ای از نظر یک فرد، ممکن است از نظر فردی دیگر، کاملاً نوآورانه باشد.
- (۲) غیرمستقیم بر این نکته پافشاری کرده است که یک نفر هر قدر هم بزرگ باشد، ممکن است گاهی اشتباه کند.
- (۳) بر این نکته تأکید می‌ورزد که همه مردم ممکن است به سقراط باور نداشته باشند.
- (۴) متوجه تناقضی در نقل قول رئیس شرکت شده و به آن اشاره دارد.

ج: کفایت داده‌ها

۲۱- مریم با بررسی موجودی حساب خود متوجه می‌شود که موجودیش در روز اول ۲۰ درصد افزایش، در روز دوم X درصد کاهش و در روز سوم با رسیدن به مقدار ۱۲ میلیون تومان، ۴۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار X چقدر است؟

(۱) در این سه روز، موجودی حساب مریم $1/5$ برابر می‌شود.

(۲) مقدار پولی که از حساب مریم در روز دوم کم شده، ۴ میلیون تومان بیشتر از افزایش روز اول است.

۲۲- مفتولی فلزی با طول نامعلوم، در اختیار است. مفتول را از دو نقطه A و B برش می‌دهیم. طول سه قطعه حاصل شده از کوچک به بزرگ، به ترتیب، به نسبت‌های ۲ به ۳ به ۵ می‌شود. فاصله نقاط A و B از یکدیگر، چند درصد از طول مفتول است؟

(۱) اگر مفتول را فقط از نقطه B برش می‌دادیم، نسبت طول دو قطعه حاصل، ۳ به ۷ می‌شد.

(۲) اگر مفتول را تنها از وسط A و B برش می‌دادیم، نسبت طول دو قطعه حاصل، ۲ به ۳ می‌شد.

۲۳- حسن تعدادی پیچ و مهره در اختیار دارد. تعداد مهره‌ها چند عدد بیشتر از تعداد پیچ‌هاست؟

(۱) اگر حسن روی هر پیچ، ۲ مهره ببندد، ۳ مهره اضافه می‌آید.

(۲) برای اینکه حسن روی هر پیچ، ۳ مهره ببندد، ۴ مهره کم می‌آید.

۲۴- A ، B و C ، هر کدام مقداری پول دارند. A که از دو نفر دیگر پول بیشتری دارد، چند درصد از پولش را باید در اختیار آن دو نفر بگذارد تا آنها روی هم، دو برابر A پول داشته باشند؟

(۱) B ، دو برابر C پول داشته است.

(۲) B و C پولی را که از A می‌گیرند، به ترتیب، به نسبت ۲ به ۵ بین خودشان تقسیم می‌کنند.

۲۵- شکل زیر، از چهار مربع یکسان و نه نقطه که روی رئوس مربع‌ها قرار دارد، تشکیل شده است. سه نقطه از ۹ نقطه را پاک کرده و شش نقطه دیگر را دو به دو به یکدیگر وصل می‌کنیم. چند مثلث که رئوس آن روی شش نقطه باقی مانده است، حاصل می‌شود؟



(۱) از سه نقطه پاک شده، یکی دقیقاً وسط دو نقطه دیگر است.

(۲) یکی از نقاط پاک شده، دقیقاً وسط دو نقطه دیگر است.

۲۶- عددی دورقمی در اختیار داریم. آیا با جابجایی ارقام آن، عدد کوچک‌تر می‌شود؟

(۱) عدد مضرب ۱۳ است و جمع ارقام آن بر تفاضل ارقامش (بزرگ‌تر منهای کوچک‌تر) بخش‌پذیر نیست.

(۲) عدد مضرب ۷ است و با جابجایی ارقام آن، عددی حاصل می‌شود که مضرب ۱۹ است.

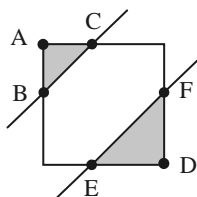
۲۷- چند سکه که تعدادشان نامعلوم است، در اختیار داریم. سکه‌ها را روی یک میز پرتاب می‌کنیم. برخی از سکه‌ها شیر و برخی خط می‌آیند. چند درصد از سکه‌ها خط آمده‌اند؟

(۱) با برگرداندن (پشت و رو کردن) چهار سکه، می‌توان تعداد سکه‌های شیر و خط را برابر کرد.

(۲) با برداشتن چهار سکه که دوتای آنها شیر و دوتای دیگر خط بوده‌اند، ۳۰ درصد سکه‌های باقیمانده، شیر خواهند بود.

- ۲۸- رضا از یک دستگاه خودپرداز که فقط اسکناس‌های ۲، ۵ و ۱۰ هزار تومانی می‌دهد، ۶۷ هزار تومان پول می‌گیرد. دستگاه چند اسکناس ۵ هزار تومانی به وی داده است؟
 (۱) او ۲ اسکناس ۲ هزار تومانی، بیشتر از اسکناس ۱۰ هزار تومانی گرفته است.
 (۲) مجموع تعداد اسکناس‌های ۲ و ۵ هزار تومانی او، ۹ عدد است.

- ۲۹- شکل زیر، یک مربع و دو خط موازی قطر آن را نشان می‌دهد. نسبت مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC به مساحت مثلث قائم‌الزاویه DEF ، کدام است؟



- (۱) طول EF ، دو برابر طول BC است.
 (۲) مساحت ناحیه سفید، ۶ برابر مساحت مثلث ABC است.

- ۳۰- یک ناحیه مستطیل‌شکل را قرار است با موزاییک فرش کنیم. محیط این ناحیه چقدر است؟
 (۱) این ناحیه را می‌توان توسط ۸ موزاییک ۳۰×۳۰ و ۶ موزاییک ۴۰×۴۰ به‌طور کامل پوشاند.
 (۲) این ناحیه را می‌توان توسط ۹ موزاییک ۴۰×۴۰ و ۶ موزاییک ۲۰×۲۰ به‌طور کامل پوشاند.

د: درک مطلب

در فقدان تعاریف پذیرفته‌شده برای «تنبلی» در حوزه جامعه‌شناسی، پیش از هر تعریفی، ابتدا باید رویکرد روشنی برای تعریف تنبلی یافت. نظریه انتخاب عقلانی، نظریه مناسبی برای این موضوع است. می‌توان تنبلی را یک کنش عقلانی در نظر گرفت. در نظریه انتخاب عقلانی، جامعه مجموعه‌ای از افراد است که کنش عقلانی معطوف به هدف دارند. این افراد آگاه، مختار و هدفمند، در هر شرایطی به دنبال بیشینه کردن سود خود با کمترین هزینه هستند. مطابق تعریف وبر، در یک کنش عقلانی معطوف به هدف، جهت‌گیری کنش افراد بر این انتظار مبتنی است که اشیای وضعیت بیرونی یا سایر افراد، به نحو معینی رفتار خواهند کرد و از چنین انتظاراتی، به مثابه «شرایط» یا «وسایل» تحقق موفقیت‌آمیز هدف‌هایی که به طور عقلانی توسط خود فرد انتخاب شده‌اند، استفاده می‌شود. اگر تنبلی را پدیده‌ای اجتماعی بدانیم، قاعدتاً طبق نظریه فوق، می‌بایست آن را نوعی کنش عقلانی معطوف به هدف ارزیابی کنیم، چرا که کنش‌های بسیاری از کنشگران در اجتماع، از این نوع هستند. حال می‌باید به این مسأله بپردازیم که چه عواملی باعث شده است که کنش‌های مبتنی بر تنبلی، عقلانی و سودآور جلوه کرده و کنشگران را به سوی خود جلب کند. مطابق آنچه از وبر آورده شد، اگر تنبلی نوعی کنش عقلانی ابزاری باشد، شرایط و وسایلی در جامعه وجود دارد که تحقق و شیوع این نوع کنش را موفقیت‌آمیز می‌کند. [۱] از جمله این شرایط و وسایل می‌توان به نبود یا ضعف نظارت (اجتماعی - قانونی) بر عملکرد صحیح افراد در نقش‌های مختلف، ضعف قانون‌گرایی، ضد ارزش نبودن تنبلی و مصادیق مختلف آن و ... اشاره کرد. پس جهت‌گیری مردم نسبت به کاهلی و تنبلی (از یک منظر)، حاصل ترجیح عاقلانه کنشگری است که تحت شرایط خاص محیط شکل می‌گیرد. [۲] افراد و کنشگران اجتماعی، در این زمینه به محاسبه سود و زیان عمل می‌پردازند و سپس، دست به عمل می‌زنند. اما، سنجش سود و زیان و اینکه چه چیزی را سود تلقی کنند و چه چیزی را زیان، به متغیرهای عینی و محیطی برمی‌گردد.

[۳] بنابراین، در چارچوب نظریه انتخاب عقلانی و با الهام از نظریات ریمون بودون، تنبلی را به دو صورت «تنبلی فردی» و «تنبلی اجتماعی» طبقه‌بندی می‌کنیم. تنبلی فردی، حالتی است که فرد میان دو انتخاب مخیر می‌شود، یکی لذت آنی و دیگری نفعی شخصی در آینده که برای کسب آن نفع، باید از این لذت گذشت. درس خواندن در ایام نوجوانی و جوانی برای فراگیری دانش، قبولی در کنکور و کسب تخصص، نمونه‌هایی از نفع‌هایی است که برای آن باید از گفت و شنودهای دوستانه، خواب شبانه، تفریحات، تماشای تلویزیون و ... گذشت. [۴] نوع دیگر تنبلی، تنبلی اجتماعی است. تنبلی اجتماعی، گاه محصول تنبلی افراد جامعه و برآیند تنبلی آنهاست. یعنی وقتی عده کثیری از افراد، بی‌عمل و لذت‌طلب هستند، در سطح جامعه نیز این فرایند مشاهده می‌شود. این امر، به بیان بودون، «اثر تشدیدکنندگی منتجه نظام‌های وابستگی متقابل» است. پایین بودن سطح بهره‌وری اداری، عدم اقبال به کار طولانی‌مدت و سخت و ... و همچنین پدیده‌ای چون بین‌التعطیلین، از این نمونه است. اما بعد دیگر تنبلی اجتماعی، حالتی است که بودون در کتاب منطق اجتماعی، آن را «اثر منتجه نظام‌های وابستگی متقابل» می‌داند. یعنی افراد در سطح فردی، رفتاری نسبتاً مطلوب دارند، اما این رفتار در سطح جمعی، به نتیجه مطلوب منتج نمی‌شود و دلیل آن هم، ناهماهنگی در سطح نهادهای اجتماعی است.

۳-۱ طبق متن، «وبر» با کدام مورد در توجیه تنبلی، موافق است؟

- ۱) تنبلی پدیده‌ای اجتماعی است که می‌توان با از میان برداشتن زیرساخت‌های اجتماعی مربوطه، با آن مقابله کرد.
- ۲) اگرچه تنبلی نمودی اجتماعی دارد، ولی در حقیقت، برآیند نوعی تنبلی ذاتی است که از گرایش انسان به جذب سود و دفع ضرر حاصل می‌شود.
- ۳) تلاش در افزایش کارایی اجتماعی که با شعار افزایش سود در ازای کمترین هزینه تعریف می‌شود، در سطح فردی منجر به سوء برداشتی می‌گردد که نتیجه آن، تنبلی اجتماعی است.
- ۴) اصل کنش عقلانی معطوف به هدف، فرهنگی اجتماعی است که به مرور زمان در افراد به صورت تنبلی اجتماعی نهادینه می‌شود و در نهایت، کنشی در افراد ایجاد می‌کند که به نقض خود آن اصل اولیه تبدیل می‌شود.

۳-۲ کدام مورد، به بهترین وجه، ساختار پاراگراف اول را توصیف می‌کند؟

- ۱) با اشاره به منبعی موثق، تعریفی ضمنی از پدیده‌ای فردی-اجتماعی مطرح و سپس همان تعریف نیز به چالش کشیده می‌شود.
- ۲) دو نظریه در توجیه یک رویداد اجتماعی مطرح و در نهایت، یکی از آنها بر دیگری ترجیح داده می‌شود.
- ۳) اثرات فردی و اجتماعی یک پدیده خاص، با هم مقایسه می‌شوند.
- ۴) پدیده‌ای را مطرح کرده و سپس به علل مربوطه آن اشاره می‌شود.

۳-۳ با توجه به طبقه‌بندی مندرج در پاراگراف دوم، سناریوی توصیف‌شده در زیر، با کدام رده این طبقه‌بندی، هماهنگی نزدیک‌تری دارد؟

- «تلویزیون، برنامه‌های جذاب و آگهی‌های طولانی‌مدت خوش‌ساخت پخش می‌کند؛ هدف آن در اینجا کسب درآمد و جذب مخاطب است، ولی در عوض، مخاطب خردسال و نوجوان به‌جای انجام تکالیف، به تماشای تلویزیون جذب می‌شود و محصول آن، عدم موفقیت نظام آموزشی است.»
- ۱) ترکیبی از تنبلی فردی و حالت اول تنبلی اجتماعی ۲) حالت دوم تنبلی اجتماعی
 - ۳) حالت اول تنبلی اجتماعی ۴) تنبلی فردی

۳۴- کدام مورد زیر را می‌توان درباره سنجش سود و زیان که در متن به آن اشاره شده است، استنباط کرد؟

- (۱) در صورت نبود شرایط و وسایل و سازوکارهای اجتماعی مناسب، سنجش سود و زیان به منصف ظهور می‌رسد تا مبنایی برای کنش ظاهراً هماهنگ اجتماعی گردد.
- (۲) در نزد افراد یک جامعه، سنجش سود و زیان به یکسان تعبیر نمی‌شود و از این لحاظ، نمی‌توان به نقطه اشتراکی در تعریف همگان از آن رسید.
- (۳) آنچه که سودآور یا زیان‌بار تلقی شود، ثابت نبوده و به عبارتی متغیری است که بستگی به برخی عوامل خاص دارد.
- (۴) از نظر برخی، سنجش سود و زیان، مبنای درستی بر تعیین عقلانی بودن کنش انسان نیست.

۳۵- کدام قسمت در متن که با شماره‌های [۱]، [۲]، [۳] و [۴] مشخص شده‌اند، بهترین قسمت برای قرار گرفتن جمله زیر است؟

«در حوزه مطالعات جامعه‌شناختی، تعریف مشخصی از تنبلی وجود ندارد.»

(۱) [۱] (۲) [۲] (۳) [۳] (۴) [۴]

۵: تصحیح جملات

۳۶- هر تهیدستی، از گنجینه فردوسی، توانگر می‌آید. هر کس بخواهد که در هر حال از غصه و ترس نجات یابد؛ پردل و بی‌باک بشود؛ نظر خود را از پستی‌ها و خردی‌ها بردارد و کارهای سخت را آسان بگیرد و به آرزوهای بزرگ برسد و مردن را از بی‌خانمانی و بی‌وطنی بهتر بداند، باید شاهنامه بخواند و بفهمد. بدون خطا

۳۷- تهران رفته‌رفته گسترش و تغییر فراوان یافت. بی‌شک، قسمت‌های کنار شهر به سرعت رو به آبادی گذاشت و کوچه‌ها و بازارها و بناهای دولتی بسیار در آنها ساخته شد. برای آبیاری درختان، از رودخانه کرج نهری به تهران کشیده شد. بدون خطا

۳۸- بنای حرم حسینی در آغاز دوران صفویه کاملاً تغییر می‌یابد و معماران چیره‌دست برای این تغییرات، به کار گماشته شدند. حقیقت آن است که معمار مسلمان، در روزگاران گذشته، هر زیبایی‌ای را که در اطراف خویش می‌دید، سعی می‌کرد تا به هنگام مناسب، برای آن جایی در مسجد یا زیارتگاه باز کند. بدون خطا

۳۹- مردم دورمان را گرفته بودند. دیدم کار افتتاح می‌شود. بیست‌وشش کوزه شکسته بود، بیست‌وشش ریال پول درسی که گرفته بودم را دادم و راضی رفتم. بدون خطا

۴۰- سالیان درازی در خانه استجاره‌ای زندگی می‌کردم. وقتی از اداره استعفا کردم، پول زیادی برای خرید خانه مسکونی نداشتم. مجبور بودم که در خرج روزانه افراط نکنم و شیوه بهتری برای ادامه زندگی در پیش بگیرم. بدون خطا



پاسخ تشریحی سوالات آزمون استعداد و آمادگی تحصیلی ویژه رشته مدیریت سال ۱۳۹۸

۱- گزینه ۴

ابتدا دو تخم مرغ را با هم مقایسه می‌کنیم؛ در هر کفه یک تخم مرغ. اگر وزن‌ها، نابرابر باشد، یک تخم مرغ ۵۰ گرمی را یافته‌ایم. اگر وزن‌ها برابر باشد، در این صورت این دو تخم مرغ یا هر دو ۵۰ گرمی‌اند یا هر دو ۶۰ گرمی. حال یکی از این دو تخم مرغ را با یکی از سه تخم مرغ دیگر مقایسه می‌کنیم. اگر وزن‌ها، نابرابر باشد که ... اگر وزن‌ها برابر باشد، سه تخم مرغ هم وزن خواهیم داشت که قاعدتاً هر سه ۶۰ گرمی هستند، پس دو تخم مرغ باقیمانده، هر دو ۵۰ گرمی خواهند بود. بنابراین با استفاده از ۲ بار توزین کردن، قطعاً به تخم مرغ ۵۰ گرمی دست خواهیم یافت.

به کلمه «حداقل» و «به طور قطع» در این سوال دقت کنید. مشابه این تست در کنکور سال ۹۰ آمده بود، در کلاس «درس و تست» و «نکته و تست» مشابه این تست را کار کرده‌ایم:

تست کنکور سال ۹۰: در یک کلاس ۷۰ نفری، ۱۵ دانشجو متولد بهار، ۲۷ دانشجو متولد تابستان، ۱۰ دانشجو متولد پاییز و بقیه متولد زمستان هستند. از این کلاس، حداقل چند نفر باید خارج شوند تا از بین افراد خارج شده از کلاس، به طور قطع ۱۸ نفر متولد یک فصل از سال باشند؟

۳۶ (۱) ۱۹ (۲) ۴۳ (۳) ۶۰ (۴)

تست کلاس نکته و تست: بیست شیشه مربا را در سردابه تاریکی گذاشتیم. ۸ شیشه حاوی مربای توت فرنگی هستند. ۷ تا حاوی مربای تمشک و ۵ تا حاوی مربای آلبالو. حداکثر چند تا از شیشه‌ها را می‌توانیم به تصادف بیرون بیاوریم چنانچه بخواهیم مطمئن باشیم که دست کم ۴ شیشه از یک نوع و ۳ شیشه از نوع دیگر در سردابه باقی می‌ماند؟

۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

این سوال را در آزمون دکتری داشتیم و در دوره نکته و تست کار شد. ایده‌اش برای حل این تست قابل استفاده بود: اسم این سوال را گذاشته بودیم؛ مسأله یافتن سکه تقلبی:

تست دکتری: در تعدادی گوی مشابه، فقط یک گوی از دیگر گوی‌ها سنگین‌تر است. فردی فقط با سه بار استفاده از یک ترازوی کفه‌ای می‌تواند گوی سنگین‌تر را پیدا کند. حداکثر تعداد گوی‌های هم‌وزن کدام می‌تواند باشد؟

۱۵ (۱) ۲۶ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴)

۲- گزینه ۲

یک مسأله «نسبت و تناسب» که مشابه آن بارها در تست‌های کنکور و آزمون‌های آزمایشی آمده است. مبلغ پول اولیه را A می‌گیریم. معادله بصورت زیر خواهد بود.

$$\left(\frac{8}{11} - \frac{3}{11}\right)A - \left(\frac{5}{11} - \frac{2}{11}\right)A = 6 \Rightarrow A = 231$$

$$\frac{8+3}{11} \quad \frac{5+2}{11}$$

اختلاف پولی که اختلاف پولی که

فرزندان گرفته‌اند فرزندان گرفته‌اند

در حالت دوم در حالت اول

۳- گزینه ۳

تعداد مکعب‌های کوچک، متوسط و بزرگ را بترتیب با x ، y و z نشان می‌دهیم:

$$3x + 5y + 10z = 51 \quad ; \quad \min x + y + z = ?$$

$$x, y, z \geq 0, \in \mathbb{Z}$$

در واقع با یک «معادله سیاله» روبرو هستیم و می‌خواهیم حداقل مقدار $x + y + z$ را بیابیم. پس می‌بایست تلاش کنیم متغیر دارای ضریب بزرگ‌تر (z)، بیشترین مقدار ممکن خود را اخذ کند:

$$\begin{array}{r} x \quad y \quad z \\ \quad \quad 5 \quad x \\ 2 \quad 1 \quad 4 \quad \checkmark \Rightarrow x + y + z = 7 \end{array}$$

درخصوص دومین مورد:

$$3x + 5y + 10z = 52 \quad ; \quad \max x + y + z = ?$$

$$x, y, z \geq 0, \in \mathbb{Z}$$

باز هم با یک «معادله سیاله» روبرویم که می‌خواهیم حداکثر مقدار $x + y + z$ را بیابیم. پس می‌بایست تلاش کنیم متغیر دارای ضریب کوچک‌تر (x)، بیشترین مقدار ممکن خود را داشته باشد:

$$\begin{array}{r} x \quad y \quad z \\ 17 \quad \quad x \\ 16 \quad \quad x \\ 15 \quad \quad x \\ 14 \quad 2 \quad 0 \quad \checkmark \Rightarrow x + y + z = 16 \end{array}$$

در مورد دوم دقت کنید که ارتفاع 10 را باید با دو تا مکعب به ابعاد 5 سانتیمتر بسازیم و نه یک مکعب به ابعاد 10 سانتیمتر، چون دنبال حداکثر کردن $x + y + z$ هستیم. اگر این اشتباه را مرتکب می‌شدیم، گزینه 2 را می‌زدیم که اینک بعضی دانشجویها در گروه تلگرام کنکور کسب‌وکار مرتکب این اشتباه شده بودند. همانطور که در کلاس‌ها بارها گفته بودیم، جواب‌های غلط پرتکرار، معمولاً در گزینه‌ها موجود می‌باشند! این جزئی از استاندارد طراحی سوالات GMAT در بخش حل مسأله است.

این سوال را در آزمون دکتری 98 داشتیم:

در یک دستگاه خودپرداز بانک، فقط اسکناس‌های 2 ، 5 و 10 هزار تومانی موجود است.

الف	ب
حداقل تعداد اسکناس‌هایی	حداکثر تعداد اسکناس‌هایی
که دستگاه برای پرداخت	که دستگاه برای پرداخت
113 هزار تومان می‌دهد.	33 هزار تومان می‌دهد.

این تست که یک سوال «مقایسه‌ای کمی» است، عملاً همین تست شماره 3 می‌باشد، فقط اعداد عوض شده‌اند! حل این تست در کانال تلگرام @GMATmaster موجود است.

کلاً حل 37 تست کمیته آزمون دکتری 98 ، می‌توانست در آزمون GMAT امسال بخصوص در بخش حل مسأله کمک‌کننده باشد. این توصیه‌ای است که در دو سال اخیر اکیداً در مشاوره‌ها بیان می‌کنیم: یعنی کار بر روی تست‌های کمیته و منطقی آزمون دکتری بویژه در سال جاری.

۴- گزینه ۳

تعداد واحدهای پاس شده توسط A، B و C را با متغیرهایی با همین نام‌ها، نشان می‌دهیم:

$$\frac{A}{B} = \frac{24}{16}$$

$$\frac{A}{C} = \frac{16}{10}$$

معادله مذکور:

$$B = \frac{A+B+C}{3} - 2 \xrightarrow{B=\frac{16}{10}C, A=\frac{24}{10}C} C = 30$$

جایگذاری A و B بر حسب C
از تناسب بالا در معادله

یک سوال از مبحث «نسبت و تناسب» و «تشکیل معادله».

مشابه این تست را هم در کنکورهای سراسری و هم در آزمون‌های آزمایشی زیاد داشته‌ایم.

۵- گزینه ۴

بهترین راه حل برای این تست، استفاده از تکنیک «رد گزینه» هست. البته مستقیماً هم می‌توان تست را حل کرد، اما با توجه به اون جمله معروف که میگه: «سری که درد نمی‌کنه، دستمال نمی‌بندن»، بریم سراغ گزینه‌ها:

گزینه ۱ : $43, 65 : 1, 2, \dots, 42, 43, 44, \dots, 64, 65, 66, \dots, 100$

نسبت تعداد آجرهای سه دسته همیشه: ۲۱ به ۳۵ به ۴۲ یا معادلاً ۳ به ۵ به ۶.

گزینه ۲ : $36, 79 : 1, 2, \dots, 35, 36, 37, 38, \dots, 78, 79, 80, 81, \dots, 100$

نسبت تعداد آجرهای سه دسته مثل گزینه ۱ هست.

گزینه ۳ : $36, 58 : 1, 2, \dots, 35, 36, 37, 38, \dots, 57, 58, 59, 60, \dots, 100$

نسبت تعداد آجرهای سه دسته مثل گزینه ۱ هست.

گزینه ۴ : $22, 69 : 1, 2, \dots, 21, 22, 23, 24, \dots, 68, 69, 70, 71, \dots, 100$

نسبت تعداد آجرهای سه دسته همیشه: ۲۱ به ۳۱ به ۴۶.

۶- گزینه ۱

می‌خواهیم چهار پایه با طول برابر بسازیم، بطوریکه طول پایه حداکثر شود. با توجه به طول الوارهای چوبی داده شده، این طول ۵/۵ واحد است:

$$11 < \begin{matrix} \boxed{5/5} \\ \boxed{5/5} \end{matrix} \quad 8 < \begin{matrix} \boxed{5/5} \\ 2/5 \end{matrix} \quad 6 < \begin{matrix} 5/5 \\ 0/5 \end{matrix} \quad 3$$

دقت کنید لزومی ندارد که از تمام چهار الوار استفاده کنیم!

حال سه الوار چوبی با طول‌های $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{5}$ و $\frac{1}{5}$ در اختیار داریم. می‌خواهیم چهار پایه با طول برابر بسازیم مجدداً، بطوریکه طول پایه حداکثر شود، این طول $\frac{1}{25}$ واحد است:

$$\frac{2}{5} \left\langle \begin{array}{l} \frac{1}{25} \\ \frac{1}{25} \end{array} \right. \quad \frac{3}{5} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{1}{25} \\ \frac{1}{25} \end{array} \right\rangle \quad \frac{1}{5}$$

بنابراین:

$$? = \frac{5/5}{1/25} = \frac{11}{\frac{5}{4}} = \frac{22}{5}$$

نکته: گاهی اوقات خود گزینه‌ها الهام‌بخش‌اند، یعنی بطور غیرمستقیم راه‌حل یا نکته سوال را ارائه می‌دهند (تقلب می‌رسانند)، در این تست در گزینه ۱، عدد صورت (۲۲) می‌توانست ایده حل سوال را فراهم کند. این موضوعی بود که در کلاس‌ها روی آن کار کردیم.

۷- گزینه ۳

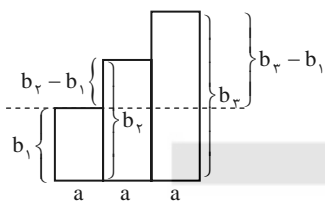
اینم یه سوال هوش. امسال یک تست هوش داشتیم که ساده هم بود. روند: حاصلضرب دو عدد وسطی برابر است با دو برابر مجموع اعداد کناری. در شکل نهایی:

$$7 \times 6 = 2 \times (10 + ?) \Rightarrow ? = 11$$

در خصوص تست هوش، پیشنهاد کرده بودیم که سوالات هوش دکتری امسال (گروه‌های مختلف) کار شود، هر گروه یک تست هوش و در مجموع ۷ سوال هوش. ایده حل این سوالات، همانطور که در کانال تلگرام @GMATmaster ارائه داده بودیم ساده بود، در همین فایل‌ها پیش‌بینی کردیم که تست هوش امسال نیز در همین سطح باشد که چنین شد: یک تست هوش ساده.

۸- گزینه ۴

یه سوال از هندسه. همانطور که قبلاً هم قطعاً دیده‌اید، سوالات هندسه GMAT چندان نیازی به فرمول‌های خاص ندارند.



ترتیب نسبت طول به عرض مستطیل‌ها به این صورت است:

$$\frac{b_1}{a} < \frac{b_2}{a} < \frac{b_3}{a}$$

ترتیب مقادیر نسبت‌ها بصورت زیر است:

$$\frac{5}{4} < \frac{4}{3} < \frac{3}{2}$$

بنابراین:

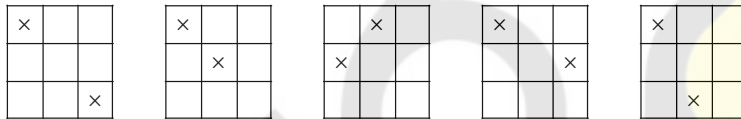
$$\frac{b_1}{a} = \frac{5}{4}, \quad \frac{b_2}{a} = \frac{4}{3}, \quad \frac{b_3}{a} = \frac{3}{2}$$

می‌توانیم مقادیر b_1 ، b_2 و b_3 را بر حسب a بدست‌آوریم.
آنچه مورد پرسش قرار گرفته عبارت است از:

$$? = \frac{b_2 - b_1}{b_3 - b_1} = \frac{\frac{4}{3} - \frac{5}{4}}{\frac{3}{2} - \frac{5}{4}} = \frac{1}{3}$$

۹- گزینه ۲

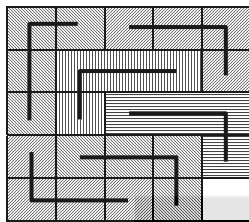
۵ طریق متفاوت. خانه‌های خالی در هر حالت با \times مشخص شده‌اند:



هر حالت دیگری را که در نظر بگیریم، با دوران یکی از حالت‌های فوق بدست می‌آید.
راه‌حل معمول این تیپ مسائل که جز تست‌های «متفرقه» بخش حل مسأله GMAT محسوب می‌شوند، نوشتن حالات مختلف و حذف حالاتی است که از دوران قبلی‌ها بدست می‌آیند که البته این روش حل، زمان‌بر خواهد بود (حداقل ۵ دقیقه زمان لازم است).

۱۰- گزینه ۱

در کاغذ مقوایی $5 \times 5 = 25$ خانه داریم، هر تکه مقوایی شامل ۴ خانه است، پس پاسخ مسأله حداکثر $\lfloor \frac{25}{4} \rfloor = 6$ خواهد بود، اگر بتوانیم ۶ تکه مقوایی را در مربع 5×5 مذکور قرار دهیم، جواب گزینه ۱ است، در غیر اینصورت می‌بایست سایر گزینه‌ها بترتیب بررسی شوند.
حال می‌خواهیم ببینیم آیا می‌توان ۶ تکه مقوایی را در شبکه مربعی 5×5 قرار داد یا خیر؟



همانطور که در شکل فوق مشاهده می‌کنید، انجام این کار امکان‌پذیر است.

۱۱- گزینه ۴

گزینه ۱، نامربوط یا عبارت خنثی می‌باشد.
در گزینه ۲، به عبارت‌های «شرکت‌های بزرگ» و «کشورهای پیشرفته جهان» دقت کنید، ما تو کلاس‌ها به اینها می‌گفتیم سوتی گزینه!

احتمالاً پاسخ‌ها روی گزینه‌های ۳ و ۴ پخش شده باشد، ولی گزینه ۳ نمی‌تواند تقویت‌کننده متن باشد زیرا صرفاً به نظر و باور افراد سطوح بالای مدیریتی درباره مدل مشارکت- توانمندسازی اشاره دارد و نه مفید بودن خود این روش!

ممکنه بعضی‌ها بگن گزینه ۴ خارج از متنه، یادمون باشه تو سوال «تقویت» این امر ممکنه!

۱۲-گزینه ۳

دقت کنید سوال، «تضعیف» مانع برای ... را می‌خواهد.

احتمالاً جواب‌ها روی گزینه‌های ۲ و ۳ توزیع شده باشد، اما جواب قطعاً گزینه ۳ است، چون در گزینه ۲، بالاخره ممیزهای بسیار خبره می‌توانند فرار مالیاتی را کشف کنند (بدین ترتیب درجه تضعیف ... در این گزینه کاهش می‌یابد).

۱۳-گزینه ۱

گزینه ۱: بر طبق متن، گویی چاره‌ای در عدم استفاده از روش تصمیم‌گیری شهودی وجود ندارد. این گزینه، هر چند به صراحت در متن نیامده، اما بنظر می‌رسد بتوان آن را استنباطی از متن دانست.
گزینه ۲: این گزینه قطعاً رد می‌شود، زیرا متن صراحتاً ضعف روش تصمیم‌گیری شهودی را دقت پایین آن و علت استفاده مدیران از این روش را صرفاً عدم در اختیار داشتن زمان و اطلاعات کافی می‌داند.
گزینه ۳: عبارت «سازمان‌های بزرگ» در متن نیامده و قابل استنباط از متن نیز نمی‌باشد.
گزینه ۴: این گزینه شامل همان خطای معروف «قضاوت اضافه» است، چنین چیزی در متن نیامده و قابل استنباط از متن نیز نمی‌باشد. علاوه بر این، «بهترین» غلو دارد در اینجا.

۱۴-گزینه ۱

گزینه ۲، هم اولی و هم دومی ایراد دارد. گزینه ۴، در قسمت دوم، کلمه «قیاس» و «تعدیل» جایی برای بحث بیشتر باقی نمی‌گذارد. در خصوص دو گزینه ۱ و ۳:
بنظر می‌رسد اولی نتیجه‌گیری از متن باشد، به کلمه «لذا» دقت کنید. قسمت دوم هر دو گزینه، مطلوب بنظر می‌رسد. با وجود این، قسمت اول گزینه ۱ از گزینه ۳، بهتر می‌باشد.

۱۵-گزینه ۲ و ۳

احتمالاً جواب‌ها روی گزینه‌های ۲ و ۳ توزیع شده باشد. گزینه شماره ۳ (یکی گرفتن رابطه همبستگی با علت) را می‌توان نقضی برای استدلال فوق دانست (همبستگی مثبت میان دمای زمین و میزان زادوولد موش‌ها و نیز وزن آنها). با وجود این، تعمیم این مشکل به سایر گونه‌های جانوری نیز بنظر می‌رسد بتواند خطای استدلال مذکور قلمداد گردد. به متن زیر دقت کنید:

در سال‌های اخیر، حملات سگ‌های دوپرمین به کودکان بطور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافته است. در سال گذشته در قاره آمریکا، ۳۵۰۰ مورد از این حملات گزارش شد که رشد ۲۱ درصدی را نسبت به سال قبل از آن نشان می‌دهد. پس واضح است که نگهداری سگ (به عنوان حیوان خانگی) در خانه‌هایی که کودکان خردسال دارند، امنیت آنها را به خطر می‌اندازد ...

این تست نیز در کتاب GMAT، صفحه ۵۳۶، شماره ۲ آورده شده است.

از آنجا که تمامی مرغابی‌هایی که تا به حال دیده‌ام سفید بوده‌اند، در نتیجه تمام مرغابی‌هایی که امروز در بازدید از باغ وحش خواهیم دید نیز سفید خواهند بود.
یادداشت: کلید سازمان سنجش، برای این تست گزینه شماره ۳ بود.

۱۶-گزینه ۴

گزینه ۱: نامربوط یا عبارت خنثی می‌باشد.
گزینه ۲: نامربوط یا عبارت خنثی می‌باشد.
گزینه ۳: تضعیف یا نامربوط (خنثی) می‌باشد.
گزینه ۴: تضعیف می‌کند.
بعید است گزینه‌ای غیر از ۴، انتخاب دانشجویانی باشد که درسنامه بخش استدلال منطقی را یاد گرفته‌اند.

۱۷-گزینه ۱

سوال از نوع «مفروضه» است: فرضیه پنهان. در تمامی کلاس‌ها، اهمیت این نوع سوال و طریقه پاسخگویی به آن بطور مفصل مورد بحث قرار گرفته است. در اینجا گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ مفروضه استدلال متن می‌باشند ولی گزینه شماره ۱، خیر. دقت کنید این مطلب در کلاس‌ها نیز گفته شد: در تست مفروضه، وقتی متن درباره «صدها» صحبت می‌کند، گزینه‌ای که درباره «حیوانات دریای دیگر» بیان شده است، نمی‌تواند جواب تست مفروضه باشد.

به این تست توجه کنید: زیست‌شناسان دریایی فرض کرده بودند که صدهایی که با هم در دام گرفتار می‌شوند، به علت گرسنگی همدیگر را می‌خورند. با وجود این، بازبینی دوره‌ای دام‌ها نشان داده است که صدها هفته‌ها با هم در دام می‌مانند. حتی ۸ صدف بدون اینکه همدیگر را بخورند، به مدت ۲ ماه در یک دام گرفتار بوده‌اند. بنابراین، فرضیه زیست‌شناسان دریایی آشکارا خطاست.

بحثی که بر ضد فرضیه زیست‌شناسان دریایی است، مبتنی بر کدامیک از مفروضه‌های زیر می‌باشد؟

(۱) ...

(۲) ...

(۳) ...

(۴) بعضی اوقات، اعضای گونه‌های دریایی دیگر، زمانی که هیچ منبع غذایی دیگری یافت نشود، هم‌نوع خود را می‌خورند.
نمی‌تواند جواب تست مفروضه باشد

در گزینه ۱، به عبارت «کشورهای دیگر» توجه کنید.

۱۸-گزینه ۲

گزینه‌های ۳ و ۴ براحتی رد می‌شوند. گزینه‌های ۱ و ۲، در ظاهر شبیه هم بنظر می‌رسند. ایراد گزینه شماره ۱، که باعث می‌شود بتوان این گزینه را براحتی رد کرد به قسمت انتهایی آن بر می‌گردد که می‌گوید: «... جواب آن، از قبل برای پرسشگر مشخص است»، در صورتیکه چنین نمی‌باشد.

۱۹- گزینه ۲

احتمالاً جواب روی گزینه‌های ۲ و ۳، توزیع شده باشد. در خصوص این نوع سوالات که به تست‌های «تکمیل متن» معروف می‌باشند، در دوره‌های مختلف توضیح داده‌ام که صرفاً باید با توجه به مفهوم جملات پاسخ دهید، یعنی عملاً نکته خاصی در میان نیست!

چرا گزینه ۳، جواب تست نمی‌باشد؟ اگر متن اینگونه بود: بنابراین تا وقتی تعداد خط‌های تلفن همراه کشور شما از ۹۹ میلیارد بیشتر نشده ... می‌توانست جواب گزینه شماره ۳ باشد، اما دقت کنید متن گفته هیچ کشوری نه کشور شما! گزینه‌های ۱ و ۴، ضعیف‌اند.

۲۰- گزینه ۴

جمله مدیر به عنوان یک راه‌حل یا رویه کاری، عملاً دربردارنده یک تناقض است. این مورد در گزینه شماره ۴، بیان شده است. سایر گزینه‌ها، براحتهی رد می‌شوند.

۲۱- گزینه ۳

یک سوال از درصد. چندسالی بود که از این نوع سوالات در آزمون GMAT نداشتیم. در کتاب درسنامه، مبحث «درصد» بطور کامل، به همراه نکات پیرامونی‌اش آمده است. برای حل این مسأله، از نمودار زیر استفاده می‌کنیم:

$\rightarrow +2\%$ $\rightarrow -X\%$ $\rightarrow +4\%$ ۱۲

مقدار X ، مورد پرسش قرار گرفته است، یعنی درصد کاهش در مرتبه دوم، داده ۱، می‌گوید در مجموع این سه تغییر، پول مریم ۵۰٪ رشد داشته است. با در اختیار داشتن درصد تغییر کل و درصد تغییر اول و سوم می‌توان درصد تغییر دوم را بدست آورد (✓).

داده ۲: اگر مقدار پول اولیه مریم را A در نظر بگیریم، به میزان $0/2A$ در روز اول به پول او اضافه شده و به میزان $X\% \times 1/2A$ از پول او در روز دوم کاسته شده است. بنابراین:

$$\begin{cases} X\% \times 1/2A = 0/2A + 4 \\ A \times 1/2 \times (1 - X\%) \times 1/4 = 12 \end{cases}$$

همچنین:

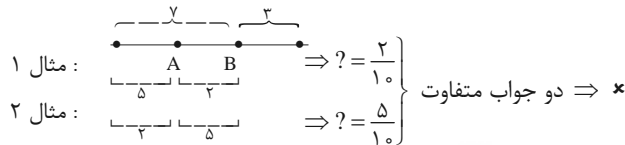
از دو معادله فوق و با حذف A ، به یک معادله یک مجهولی (X) درجه اول می‌رسیم (✓).

نکته: دقت کنید همانطور که در کلاس‌های درس و تست گفتیم شک بین یک جواب یا بدون جواب در فرایند ارزیابی یک داده نیاز به بررسی بیشتر ندارد و می‌بایست فرض را بر صحت سوال گذاشت (یعنی وجود یک جواب موجه).

نکته: چنانچه مبلغ نهایی ۱۲ میلیون تومان، در صورت مسأله نبود، باز هم داده شماره ۱، کافی می‌بود ولی داده شماره ۲، دیگر ناکافی می‌شد. اینها همون ریزه‌کاری‌های تست‌های کیفیت داده هستن که بارها در طی مدت کلاس، روی تست‌های متعدد کار کرده بودیم.

۲۲-گزینه ۱

می‌توان فرض کرد طول مفتول ۱۰ واحد است و وقتی مفتول را از دو نقطه A و B برش می‌دهیم، طول سه قطعه حاصل شده ۲، ۳ و ۵ واحد خواهد شد.
داده ۱:



داده ۲: اگر مفتول را تنها از وسط A و B برش می‌دادیم، نسبت طول دو قطعه حاصل ۲ به ۳ یا معادلاً ۴ به ۶ می‌شد.

a	x	b	a+x	b+x	نتیجه
۲	۳	۵	۳/۵	۶/۵	غ ق ق
۲	۵	۳	۴/۵	۵/۵	غ ق ق
۳	۲	۵	۴	۶	ق ق $\Rightarrow ? = \frac{2}{10}$
۳	۵	۲	۵/۵	۴/۵	غ ق ق \Rightarrow جواب یکتا ✓
۵	۲	۳	۶	۴	ق ق $\Rightarrow ? = \frac{2}{10}$
۵	۳	۲	۶/۵	۳/۵	غ ق ق

نکته: در بررسی داده ۲، با توجه به پرسش انتهایی که نسبت فاصله نقاط A و B به طول مفتول را می‌خواهد، عملاً کافی بود، سه حالت را بررسی می‌کردیم: فاصله نقاط A و B برابر ۲ (حالت ۱) یا ۳ (حالت ۲) یا ۵ (حالت ۳) می‌باشد.

۲۳-گزینه ۲

تعداد پیچ‌ها و مهره‌ها را بترتیب با p و m نشان می‌دهیم. مقدار $m-p$ مورد پرسش قرار گرفته است.
داده ۱:

* \Rightarrow مقدار $m-p$ بدست نمی‌آید $\Rightarrow m = 2p + 3$

داده ۲:

* \Rightarrow مقدار $m-p$ بدست نمی‌آید $\Rightarrow m = 3p - 4$

هر دو داده با هم: یک دستگاه دو معادله و دو مجهول خطی خواهیم داشت. می‌بایست دترمینان ماتریس ضرایب را چک کرد:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \neq 0$$

پس جواب یکتا برای m و p و به تبع آن $m-p$ داریم. (✓)
 با وجودی که حل دستگاه مذکور بسیار ساده است، عملاً نیازی به آن نمی‌باشد. باز هم توجه کنید که در اینجا نیز نیازی به چک کردن اینکه تک جواب مسأله، موجه می‌باشد یا نه، نداریم. شک بین یک جواب یا بدون جواب نیاز به بررسی ندارد و می‌بایست فرض را بر صحت سوال گذاشت. محتوای سوال، همان مسأله معروف افراد و نیمکت‌هاست که در میحث تشکیل معادله به آن پرداختیم. به تست زیر توجه کنید:

تست: در سالنی اگر روی هر نیمکت ۳ نفر بنشینند، ۵ نیمکت خالی می‌ماند. اگر روی هر نیمکت ۲ نفر بنشینند، ۵ نفر بدون جا می‌مانند. چند نفر در سالن هستند؟

- ۵۰ (۱) ۳۵ (۲) ۴۵ (۳) ۳۰ (۴)

۲۴-گزینه ۴

مقدار پول A ، B و C در ابتدا را با A ، B و C نشان می‌دهیم:

$$A > B, C$$

معادله زیر را خواهیم داشت:

$$B + C + xA = 2(1-x)A$$

$$\Rightarrow B + C = (2-3x)A \quad (*)$$

بدنبال یافتن مقدار x هستیم.

داده ۱:

$$B = 2C$$

تساوی فوق، با توجه به $(*)$ ، ناکافی است. $(*)$

داده ۲: واضح است که این داده نیز به تنهایی ناکافی است، در واقع این داده، به تساوی $(*)$ چیزی نمی‌افزاید. $(*)$

هر دو داده با هم: عملاً داده شماره ۲، اطلاعی را دربر ندارد، بنابراین هر دو داده با هم نیز کافی نمی‌باشند. $(*)$

۲۵-گزینه ۴

یکی از تکنیک‌های مربوط به تست‌های کفایت داده‌ها، استفاده از مثال است. این نکته را در کلاس‌ها بدین صورت گفتیم: «دو تا مثال بزنید که ...» یعنی در حل تست‌های کفایت داده‌ها برای بررسی یک داده یا هر دو داده با هم، چنانچه بتوان دو مثال یافت که به دو جواب مختلف ختم شوند، حاصل $*$ است. به دو مثال زیر توجه کنید:

مثال ۱: سه نقطه حذف شده، در ردیف دوم قرار دارند.

• • •

• • •

$$\text{تعداد مثلث‌ها} = \binom{4}{2} \times \binom{3}{1} = 18$$

انتخاب دو نقطه از یک ردیف
انتخاب یک نقطه از ردیف دیگر

مثال ۲: سه نقطه حذف شده، روی قطر قرار دارند.



$$\text{تعداد مثلث‌ها} = \binom{4}{2} \times \binom{3}{2} \times \binom{2}{1} + \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 12 + 8 = 20$$

انتخاب دو ردیف از سه ردیف
انتخاب دو نقطه از یک ردیف
انتخاب یک نقطه از یک ردیف
انتخاب یک نقطه از ردیف اول
انتخاب یک نقطه از ردیف دوم
انتخاب یک نقطه از ردیف سوم

هر دو مثال فوق، در هر دو داده شماره ۱ و ۲ صدق می‌کنند. جواب‌های بدست‌آمده از این دو مثال، متفاوت می‌باشند.
پس، پاسخ تست گزینه شماره ۴ خواهد بود.

۲۶-گزینه ۳

دقت کنید که سوال مطروحه با «آیا» شروع می‌شود. این سوال، بالقوه دوجواب دارد: بله، خیر. می‌دانیم چنانچه یک داده یا هر دو داده با هم به جواب «بلی» ختم شود یا به جواب «خیر»، عملاً یعنی کفایت داده یا داده‌ها (✓) و در غیر این صورت، یعنی چنانچه نتوان به جواب قطعی بله یا خیر دست یافت، یعنی عدم کفایت داده یا داده‌ها (*).

در کلاس‌ها، این موضوع را تحت عنوان «نکته: آیا؟» توضیح داده‌ایم.

داده ۱: با بررسی اعداد دو رقمی مضرب ۱۳، یعنی ۱۳، ۲۶، ۳۹، ۵۲، ۶۵، ۷۸ و ۹۱، مشاهده می‌کنیم دو عدد ۵۲ و ۹۱ در داده ۱ صدق می‌کنند. هر دو این اعداد با جابجایی ارقام، کوچکتر می‌شوند ← بله «قطعی» ← ✓

داده ۲: به این نتیجه می‌رسیم که تنها عدد ۹۱ در داده ۲ صدق می‌کند ← بله «قطعی» ← ✓
نکته: برای بدست آوردن اعدادی که در شرط داده ۲، صدق می‌کنند بهتر است اعداد دو رقمی مضرب ۱۹ را در نظر بگیریم، یعنی ۱۹، ۳۸، ۵۷، ۷۶، ۹۵. در میان این اعداد، آنهایی که در داده ۲ صدق می‌کنند که با جابجایی ارقام، مضرب ۷ شوند، تنها ۱۹ این شرط را دارد. پس فقط عدد ۹۱ است که در این داده صدق می‌کند.

مشابه این تست و نکته آن را در کلاس، کار کرده‌ایم.
 تست کنکور سال ۹۰: عدد دو رقمی اول s ، کدام است؟
 (۱) $s+3$ بر ۵ بخشپذیر و $s-1$ بر ۳ بخشپذیر است.
 (۲) رقم دهگان s از رقم یکان آن، بزرگتر است.
 تست کلاس درس و تست مربوط به مبحث «نظریه اعداد»:
 آیا n ، مقسوم علیه ۳۶ است؟
 (۱) n ، یک عدد اول تک رقمی است.
 (۲) $n-2$ و $n+2$ اول می‌باشند.

۲۷- گزینه ۴

تعداد سکه‌ها را با n نشان می‌دهیم. تعداد شیرها و خطها را بترتیب با x و y نشان می‌دهیم ($x+y=n$).
 مقدار $\frac{y}{n}$ مورد پرسش قرار گرفته است:

$$? = \frac{y}{n} = \frac{y}{x+y} = \frac{1}{\frac{x}{y}+1}$$

پس بدنبال مقدار نسبت $\frac{x}{y}$ می‌باشیم.

داده ۱: واضح است که کافی نمی‌باشد. (*)
 داده ۲:

$$\begin{cases} x = 3\%(n-4) + 2 \\ y = 7\%(n-4) + 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3\%(n-4) + 2}{7\%(n-4) + 2}$$

مقدار $\frac{x}{y}$ را بر حسب n داریم، عدم وجود جواب یکتا. (*)

هر دو داده با هم: با بررسی داده‌های شماره ۱ و ۲، به دو حالت زیر دست می‌یابیم:

حالت ۱: ۵ شیر و ۹ خط

با برگرداندن چهار سکه (یک شیر و سه خط)، تعداد سکه‌های شیر و خط با هم برابر می‌شود. همین، این حالت در داده شماره ۲ نیز صدق می‌کند.

پاسخ سوال مطروحه در این حالت $\frac{9}{14}$ است.

حالت ۲: ۸ شیر و ۱۶ خط

با برگرداندن چهار سکه (چهار خط)، تعداد سکه‌های شیر و خط با هم برابر می‌شود.

همچنین، این حالت در داده شماره ۲ نیز صدق می‌کند.

پاسخ سوال مطروحه در این حالت $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ است.

پس، هر دو داده با هم نیز کافی نخواهند بود. (*)

یادداشت: با وجودی که عملاً پاسخ تست بدست آمده، اما این سوال مهم مطرح می‌شود، در صورت در اختیار داشتن هر دو داده با هم، حالت‌های ۱ و ۲ چگونه بدست می‌آیند؟ در زیر به این سوال، پاسخ داده‌ایم:
 هر دو داده با هم: می‌دانیم تعداد شیرها (x) و خطها (y) برابر است با:

$$x = 30\%(n-4) + 2$$

$$y = 70\%(n-4) + 2$$

از طرفی از داده ۲، می‌دانیم با برگرداندن (پشت و رو کردن) چهار سکه، می‌توان تعداد سکه‌های شیر و خط را برابر کرد، چون تعداد خطها بیشتر است، این چهار سکه شامل «۳ خط، یک شیر» یا «۴ خط و بدون شیر» خواهد بود. چنانچه این چهار سکه شامل «۳ خط و یک شیر» باشد، به تعداد شیرها، ۲ تا اضافه شده و از تعداد خطها، ۲ تا کم خواهد شد (تفاضل x و y در این حالت، ۴ است). چنانچه این چهار سکه شامل «۴ خط و بدون شیر» باشد، به تعداد شیرها، ۴ تا اضافه شده و از تعداد خطها، ۴ تا کم خواهد شد (تفاضل y و x در این حالت، ۸ است).

بدین ترتیب:

$$y - x = [70\%(n-4) + 2] - [30\%(n-4) + 2] = 40\%(n-4) = 4 \text{ یا } 8 \Rightarrow n = 14 \text{ یا } 24$$

با اعمال داده ۲، به حالت‌های زیر می‌رسیم:

حالت ۱: ۱۴ سکه؛ ۵ شیر و ۹ خط

حالت ۲: ۲۴ سکه؛ ۸ شیر و ۱۶ خط

۲۸-گزینه ۳

تعداد اسکناس‌های ۲، ۵ و ۱۰ هزار تومانی را بترتیب با x، y و z نشان می‌دهیم:

$$2x + 5y + 10z = 67 \quad (*)$$

$$x, y, z \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

مقدار y، مورد پرسش قرار گرفته است.

همانطور که مشاهده می‌کنید با «معادله سیاله» روبرویم.

داده ۱:

$$x = z + 2$$

یک دستگاه معادلات سیاله شامل ۲ معادله و ۳ مجهول داریم. با جایگزینی تساوی فوق در رابطه (*):

$$5y + 12z = 63 \Rightarrow y = 3, z = 4 \checkmark$$

داده ۲:

$$x + y = 9$$

باز هم یک دستگاه معادلات سیاله شامل ۲ معادله و ۳ مجهول داریم. با جایگزینی تساوی فوق در رابطه (*):

$$3y + 10z = 49 \Rightarrow \begin{cases} \text{غ ق ق } y = 13, z = 1 \Rightarrow x = -4 \\ \text{ق ق ق } y = 3, z = 4 \Rightarrow x = 6 \end{cases}$$

فقط یک جواب موجه داریم. دقت کنید که می‌بایست $x, y \leq 9$ باشند. (۷)

درخصوص بحث «معادلات سیاله»، هم در کلاس و هم در کتاب ۲۰۰۰ تست بحث‌های زیادی را داشتیم.

امسال هم در بخش حل مسأله و هم کفایت داده‌ها، یک سوال از این مبحث داشتیم.

۲۹-گزینه ۱

دو مثلث قائم الزاویه ABC و DEF متشابهند. نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث DEF مورد پرسش قرار گرفته است که برابر است با مجذور نسبت تشابه یعنی مجذور نسبت اضلاع متناظر. بنابراین:

$$? = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{x}{y}\right)^2$$

داده ۱: مقدار نسبت $\frac{BC}{EF}$ را بدست می‌دهد. (✓)

داده ۲:

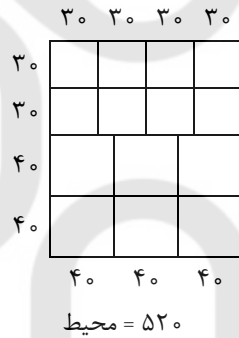
$$S_{\text{ناحیه سفید}} = a^2 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2}$$

$$\frac{S_{\text{ناحیه سفید}}}{S_{\triangle DEF}} = \frac{a^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}y^2}{\frac{1}{2}y^2} = 6 \Rightarrow \text{مقدار } \frac{x}{y} \text{ بدست نمی‌آید} \Rightarrow *$$

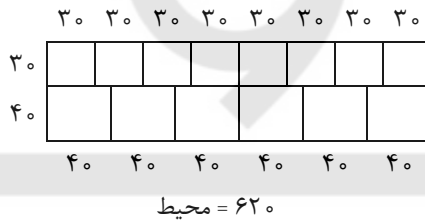
۳۰-گزینه ۲

داده ۱: به دو مثال زیر دقت کنید:

مثال ۱:



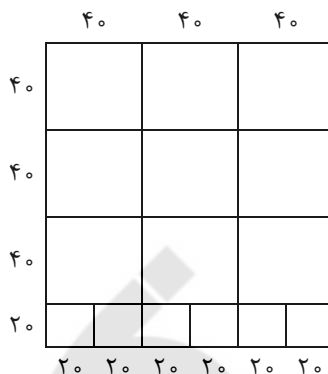
مثال ۲:



دو مثال با دو جواب مختلف. (*)

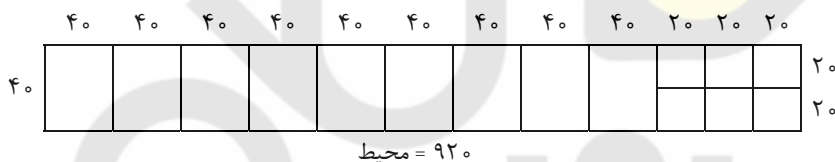
داده ۲: به دو مثال زیر دقت کنید:

مثال ۱:



محیط = ۵۲۰

مثال ۲:



محیط = ۹۲۰

دو مثال با دو جواب مختلف. (*)

هر دو داده با هم: با در اختیار داشتن هر دو داده، صرفاً یک مثال موجه (مثال‌های شماره ۱) خواهیم داشت. بدین ترتیب به جواب یکتا خواهیم رسید. (✓)

۳۱-گزینه ۱

بر طبق تعریف وبر در پاراگراف اول متن، تنبلی پدیده‌ای اجتماعی است و نوعی کنش عقلانی معطوف به هدف ارزیابی می‌شود. شرایطی که در جامعه وجود دارند که موجب این امر می‌شوند عبارتند از: نبود یا ضعف نظارت (اجتماعی- قانونی) بر عملکرد افراد، ضعف قانون‌گرایی، ضد ارزش نبودن تنبلی و ... بنابراین با حذف این عوامل، می‌توان با پدیده تنبلی مقابله کرد. بنابراین گزینه شماره ۱، پاسخ تست می‌باشد. در خصوص سایر گزینه‌ها:

✓ گزینه شماره ۲: اینکه تنبلی، «برآیند نوعی تنبلی ذاتی است که ...» از تعریف وبر نتیجه نمی‌شود.

✓ گزینه شماره ۳: این گزینه از پاراگراف اول بدست نمی‌آید.

✓ گزینه شماره ۴: ایراد این گزینه به قسمت انتهایی آن برمی‌گردد که می‌گوید: «... به نقض خود آن اصل اولیه تبدیل می‌شود.»

۳۲-گزینه ۴

در پاراگراف اول متن، پدیده تنبلی تعریف شده، سپس دلایل مربوط به آن ارائه شده است، بنابراین جواب تست، گزینه شماره ۴ می‌باشد.

در این پاراگراف به منبع موثقی اشاره نشده، علاوه بر این تعریف ارائه شده برای پدیده مذکور به چالش کشیده نشده است (رد گزینه شماره ۱).
در پاراگراف اول، یک نظریه یا تعریف برای پدیده تنبلی ارائه شده است نه دوتا (رد گزینه شماره ۲).
در پاراگراف اول، پدیده تنبلی مطرح شده ولی اثرات فردی و اجتماعی آن بیان نشده است و مقایسه‌ای نیز در این خصوص، صورت نگرفته است (رد گزینه شماره ۳).

۳۳-گزینه ۲

تنبلی اشاره شده در سناریوی مذکور، محصول عدم هماهنگی دو نهاد تلویزیون و نظام آموزشی می‌باشد. توجه کنید که در اینجا با «تنبلی فردی» روبرو نیستیم، چون قصوری متوجه خود فرد نمی‌باشد. همچنین حالت اول «تنبلی اجتماعی» نیز مطرح نیست. همانطور که در متن آمده، حالت اول تنبلی اجتماعی، محصول تنبلی افراد جامعه است، یعنی زمانی که عده زیادی از افراد جامعه، بی عمل و لذت طلب هستند. بنابراین، این تنبلی نیز عملاً در اینجا موضوعیت ندارد. بر طبق متن، حالت دوم «تنبلی اجتماعی» مربوط به زمانی است که افراد در سطح فردی، رفتاری نسبتاً مطلوب دارند، اما این رفتار به دلیل ناهماهنگی در سطح نهادهای اجتماعی، به نتیجه مطلوب منجر نمی‌شود. بنابراین سناریوی مذکور عملاً در این رده طبقه‌بندی می‌شود: حالت دوم «تنبلی اجتماعی».

۳۴-گزینه ۳

در خصوص «سنجش سود و زیان» در انتهای پاراگراف اول متن: «... سنجش سود و زیان و اینکه چه چیزی را سود تلقی کنند و چه چیزی را زیان، به متغیرهای عینی و محیطی برمی‌گردد». بنابراین، این جمله ما را به این نتیجه می‌رساند که سود یا زیان، تابع بعضی متغیرها (عوامل) است و عملاً ثابت نمی‌باشد. سایر گزینه‌ها، از متن استنباط نمی‌شوند.

۳۵-گزینه ۳

برای جواب دادن به این قبیل سوالات، می‌بایست جمله مذکور را در هر یک از مکان‌های با شماره مشخص شده قرار داد؛ سپس متن را از اندکی قبل‌تر و بعدتر آن مکان خواند. پاسخ، مکانی است که از لحاظ مفهومی مناسب‌تر باشد.

۳۶-گزینه ۴

هیچیک از سه کلمه یا عبارتی که زیر آنها خط کشیده شده است، شامل خطا نمی‌باشند.
«پردل و بی‌باک»، ایرادی ندارد. در خصوص «پر»، تنها نکته‌ای که داریم اینه که بعدش اسم باید بیاید و نه صفت، که اینجا هم به همین صورت هست. یک بار غلط‌اش رو داشتیم در تصحیح جمله سال ۹۵. تست زیر رو ببینید:

تست کنکور سال ۹۵: پزشکان، در توصیه‌های پزشکی خویش، تأکید کرده‌اند که خوردن لبنیات پرچرب و پرنمک ممکن است افراد را به بیماری‌های قلبی و عروقی دچار کند. بدون خطا
«پرچرب» غلطه، «پرچربی» درسته. «پرنمک» درسته.
«بی‌خانمانی و بی‌وطنی» هم درسته. در ضمن «و» عطف هم هیچگاه حشو ایجاد نمی‌کنه.

۳۷-گزینه ۲

در اینجا «بی شک» را باید غلط بگیریم. ببینید خود این کلمه مستقلاً ایرادی ندارد، بلکه در اینجا از نظر مفهومی ایراد دارد، یعنی غلط مفهومی داریم. این «غلط مفهومی» رو من تو کلاس‌ها و همین‌طور کارگاه یک روزه تصحیح‌جمله خیلی تأکید داشتم و به همین خاطر همیشه تو کلاس‌ها میگم که حتماً جمله‌های مربوط به بخش تصحیح‌جمله رو بخوانید، کامل و خیلی هم با دقت، چون اگه تست، شامل غلط مفهومی باشه، نمی‌شه بدون خواندن و دقت در معنا و مفهوم اون، به مورد غلط رسید. در واقع این روش که صرفاً سه تا کلمه یا عبارت زیر خط‌دار رو بررسی کنیم، روش صحیحی برای پاسخ دادن به تست‌های بخش تصحیح‌جمله نیست. اینجا «بی شک» از لحاظ مفهومی مشکل داره!

ما سه نوع غلط در تست‌های تصحیح‌جمله داریم: غلط ویرایشی، غلط نگارشی (همون غلط املائی خودمون) و غلط مفهومی.

فعل «کشیده شد»، در اینجا صحیح می‌باشد.

به جمله زیر دقت کنید:

در زمان محمدشاه توسط سربازان، نهری از رودخانه کرج برای یافت آباد کشیده شد که بعدها موجب آبادی گرم‌دره شد.

متن فوق از کتاب روضه الصفا، ج ۱۰، ص ۲۹۱، تهران به روایت تاریخی (با اندکی تلخیص).

خیلی جالبه! اینطور نیست؟

۳۸-گزینه ۱

با توجه به فعل جمله دوم، یعنی «گماشته شدند» که مربوط به زمان گذشته است شکی در نادرستی فعل جمله اول، یعنی «تغییر می‌یابد» باقی نمی‌ماند، زمان فعل این جمله از حال می‌بایست به گذشته تغییر داده شود: تغییر یافت، صحیح است.

خود افعال «تغییر یافتن» و «گماشتن» یا «گماشته شدن» بطور مستقل صحیح‌اند.

فعل «باز کند»، صحیح می‌باشد (وجه التزامی). چنانچه این فعل، بصورت «باز می‌کند» می‌آید، غلط می‌بود. به متن زیر توجه کنید:

حقیقت آن است که معمار مسلمان در روزگاران گذشته هر زیبایی را که در اطراف خویش می‌دید سعی می‌کرد تا به هنگام فرصت برای آن در مسجد جایی باز کند.

متن فوق از کتاب کارنامه اسلام، عبدالحسین زرین کوب، ص ۱۴۴.

این عبارت تقریباً عین قسمت دوم متن مربوط به این تست می‌باشد.

جالبه واقعاً! نه؟ ☺

یادداشت: کلید سازمان سنجش، برای این تست گزینه شماره ۲ بود!

۳۹-گزینه ۳

برای «را» دو نکته در کلاس‌های درسی می‌گوییم. یکی اینکه «را» بعد از فعل نیاید و دیگری اینکه «را» بین دو بخش فعل مرکب نیاید. به دو مثال زیر که در کلاس‌ها می‌زنم دقت کنید:

کتابی که داده بودی را خواندم. (غ) ← کتابی را که داده بودی، خواندم. (ص)

توضیح این مطلب را داد. (غ) ← این مطلب را توضیح داد. (ص)

انتظار میره همه دوستانی که بخش تصحیح‌جمله را کار کرده‌اند، این تست را به درستی پاسخ داده باشند.

۴۰-گزینہ ۱

مورد غلط این تست هم، خیلی مشخص بود. بر طبق جزوه خلاصه شده کتاب غلط ننویسیم مرحوم ابوالحسن نجفی که در نوگام تهیه کردیم:

اجاره، استجاره، استیجار: (مورد ۱۰-۱-۱۸ جزوه، صفحه ۳۰)

«استجاره» به معنای «پناه بردن و پناهنده شدن» است و برخی به اشتباه آن را در معنای اجاره کردن بکار می‌برند. لذا بجای ترکیب غلط «اجاره و استجاره» باید از «اجاره و استیجار» بهره برد.

«استعفا کردن» صحیح است، «استعفا دادن» غلط است. (مورد ۱۰-۱-۱۹ جزوه، صفحه ۳۰)

«افراط» به معنای زیاده‌روی است و صحیح می‌باشد. (مورد ۱۰-۱-۲۰ جزوه، صفحه ۳۱)

۱۲۶- فرض کنید z ریشه‌ای از معادله $z^6 + z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ باشد، مقدار z کدام است؟

(۱) $\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}$

(۲) $\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}$

(۳) $\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$

(۴) $\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}$

۱۲۶- گزینه «۴» صحیح است.

$$1 - z + z^2 - z^3 + z^4 - z^5 + z^6 = 0 \Rightarrow \frac{1 - (-z)^7}{1 - (-z)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1 + z^7}{1 + z} = 0 \Rightarrow z^7 + 1 = 0 \Rightarrow z = \sqrt[7]{-1} = \sqrt[7]{1} e^{i \frac{\pi + 2k\pi}{7}} \quad (k = 0, 1, \dots, 6)$$

$$\Rightarrow z = e^{i \frac{\pi + 2k\pi}{7}} \quad (k = 0, 1, \dots, 6)$$

به ازای $k = 3$ ، $z = e^{i\pi} = -1$ که غیر قابل قبول است (ریشه مخرج کسر می‌باشد)

$$k = 0 \Rightarrow z = e^{i \frac{\pi}{7}} = \cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}$$

$$k = 1 \Rightarrow z = e^{i \frac{3\pi}{7}} = \cos \frac{3\pi}{7} + i \sin \frac{3\pi}{7}$$

$$k = 2 \Rightarrow z = e^{i \frac{5\pi}{7}} = \cos \frac{5\pi}{7} + i \sin \frac{5\pi}{7}$$

$$k = 4 \Rightarrow z = e^{i \frac{9\pi}{7}} = \cos \frac{9\pi}{7} + i \sin \frac{9\pi}{7}$$

$$k = 5 \Rightarrow z = e^{i \frac{11\pi}{7}} = \cos \frac{11\pi}{7} + i \sin \frac{11\pi}{7}$$

$$k = 6 \Rightarrow z = e^{i \frac{13\pi}{7}} = \cos \frac{13\pi}{7} + i \sin \frac{13\pi}{7}$$

۱۲۷- مکان هندسی تمام z هایی از صفحه مختلط که $\operatorname{Re}(z + \frac{1}{z}) = \operatorname{Im}(z - \frac{1}{z})$ ، کدام است؟

(۱) یک دایره به مرکز مبدأ مختصات

(۲) یک دایره به استثنای یک نقطه روی آن

(۳) یک خط به استثنای نقطه‌ای روی آن خط

(۴) یک خط گذرنده از مبدأ مختصات



۱۲۷- گزینه «۳» صحیح است.

با توجه به اینکه $Z = x + iy$ خواهیم داشت:

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{x+iy} \times \frac{x-iy}{x-iy} = \frac{x-iy}{x^2-i^2y^2} = \frac{x-iy}{x^2+y^2} = \frac{x}{x^2+y^2} - i \frac{y}{x^2+y^2}$$

حال روابط فوق را در تساوی داده شده جایگذاری می‌کنیم.

$$\operatorname{Re}\left(x + iy + \frac{x}{x^2+y^2} - i \frac{y}{x^2+y^2}\right) = \operatorname{Im}\left(x + iy - \frac{x}{x^2+y^2} + i \frac{y}{x^2+y^2}\right)$$

$$\Rightarrow x + \frac{x}{x^2+y^2} = y + \frac{y}{x^2+y^2} \Rightarrow x - y + \frac{x-y}{x^2+y^2} = 0 \Rightarrow (x-y)\left(1 + \frac{1}{x^2+y^2}\right) = 0$$

با توجه به این که $1 + \frac{1}{x^2+y^2} \neq 0$ و به طور معادل $y = x$. از طرفی نقطه $z = 0$ روی خط $y = x$ قرار دارد و ریشه مخرج کسر می‌باشد بنابراین مکان هندسی، خط $y = x$ می‌باشد که از مبدأ می‌گذرد به استثنای نقطه $z = 0$ روی آن.۱۲۸- بازه همگرایی $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^{1397}}{2^n} (x-3)^n$ کدام است؟

(۱) (۱, ۵)

(۲) [۱, ۵)

(۳) $\left(\frac{1}{2}, 4\right]$ (۴) $\left[\frac{1}{2}, 4\right)$

۱۲۸- گزینه «۱» صحیح است.

مرکز همگرایی سری، نقطه $x = 3$ می‌باشد و بازه همگرایی حول آن متقارن است. لذا گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست است. از طرفی در $x = 1$ داریم:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^{1397}}{2^n} (-2)^n = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n n^{1397}$$

چون $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^{1397} \neq 0$ لذا سری در $x = 1$ واگراست و گزینه (۲) نیز نادرست است.



۱۲۹- فرض کنید R_1 و R_2 به ترتیب، شعاع همگرایی دو سری توانی $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^n}{2^n} (\Delta x - 3)^n$ و $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!}{2^n} (\Delta x - 3)^n$ باشند، در این صورت کدام مورد صحیح است؟

$$R_1 + R_2 = 1 \quad (1)$$

$$R_1 = R_2 \quad (2)$$

$$R_1 > R_2 \quad (3)$$

$$R_2 > R_1 \quad (4)$$

۱۲۹- گزینه «۲» صحیح است.

ابتدا هر سری را به فرم استاندارد نوشته و سپس شعاع همگرایی آن را به دست می‌آوریم.

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!}{2^n} (\Delta x - 3)^n = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\Delta^n \times n!}{2^n} \left(x - \frac{3}{\Delta}\right)^n$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R_1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \sqrt[n]{\left| \frac{\Delta^n \times n!}{2^n} \right|} = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \sqrt[n]{\frac{\Delta^n \times n!}{2^n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\Delta \times n}{2} = +\infty \Rightarrow R_1 = 0$$

همچنین:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^n}{2^n} (\Delta x - 3)^n = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\Delta^n \times n^n}{2^n} \left(x - \frac{3}{\Delta}\right)^n$$

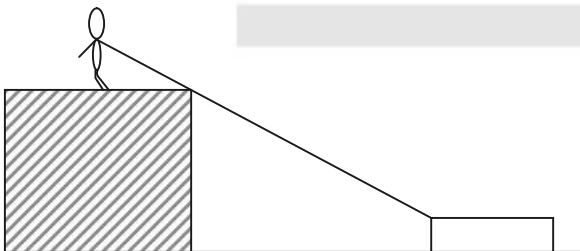
$$\Rightarrow \frac{1}{R_2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \sqrt[n]{\left| \frac{\Delta^n \times n^n}{2^n} \right|} = \lim_{n \rightarrow +\infty} n \sqrt[n]{\frac{\Delta^n \times n^n}{2^n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\Delta \times n}{2} = +\infty \Rightarrow R_2 = 0$$

لذا $R_1 = R_2$.

۱۳۰- شخصی بالای یک دیوار در ارتفاع ۲۰ متری سطح آب ایستاده است و طنابی را مانند شکل با سرعت $4 \frac{m}{s}$

می‌کشد و این طناب به قایقی درون آب متصل است. هنگامی که هنوز ۲۵ متر از طناب بین شخص و قایق

باقی‌مانده است، سرعت نزدیک شدن قایق به پای دیوار چند متر بر ثانیه است؟



$$\frac{20}{3} \quad (1)$$

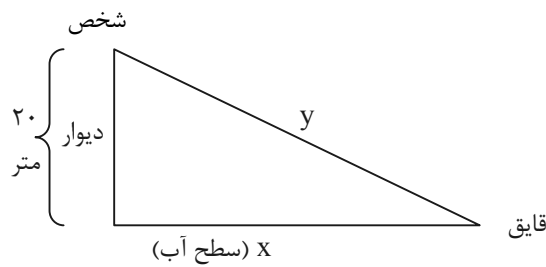
$$\frac{20}{7} \quad (2)$$

$$\frac{16}{7} \quad (3)$$

$$\frac{16}{5} \quad (4)$$



۱۳۰- گزینه «۱» صحیح است.



$$\frac{dy}{dt} = 4 \left(\frac{m}{s} \right) \quad y = 25 \quad \frac{dx}{dt} = ?$$

$$y^2 = x^2 + 20^2 \xrightarrow{y=25} x^2 = 25^2 - 20^2 = 225 \Rightarrow x = 15$$

همچنین با مشتق‌گیری از طرفین تساوی $y^2 = x^2 + 20^2$ نسبت به t (زمان) داریم:

$$2y \frac{dy}{dt} = 2x \frac{dx}{dt} \Rightarrow y \frac{dy}{dt} = x \frac{dx}{dt}$$

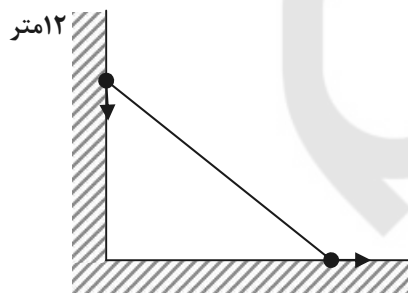
با جایگذاری اطلاعات مسأله و مقدار x

$$25 \times 4 = 15 \times \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{20}{3}$$

۱۳۱- نردبانی به طول ۱۵ متر را به دیواری تکیه داده‌ایم به نحوی که طرف دیگر نردبان روی زمین قرار دارد. حال

اگر سمتی از نردبان که روی زمین قرار دارد را با سرعت ۷ از دیوار دور کنیم طرف دیگر نردبان با سرعت v_1 به سمت زمین حرکت می‌کند. در این صورت زمانی که فاصله پای نردبان تا دیوار ۱۲ متر است $\left| \frac{v}{v_1} \right|$ کدام

است؟



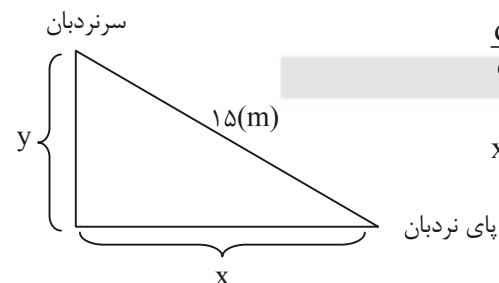
(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{3}{4}$

۱۳۱- گزینه «۴» صحیح است.



$$\frac{dx}{dt} = v \quad \frac{dy}{dt} = v_1 \quad \left| \frac{v}{v_1} \right| = ?$$

$$x^2 + y^2 = 15^2 \xrightarrow{x=12} 12^2 + y^2 = 15^2 \Rightarrow y^2 = 9 \Rightarrow y = 3$$

حال از طرفین رابطه $x^2 + y^2 = 15^2$ نسبت به t (زمان) مشتق گرفته و اطلاعات مسأله را جایگذاری می‌کنیم.

$$2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow 12v + 9v_1 = 0 \Rightarrow \frac{v}{v_1} = -\frac{9}{12} \Rightarrow \left| \frac{v}{v_1} \right| = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$



۱۳۲- فرض کنید $A = \int_0^1 e^{x^2} dx$ ، در این صورت مقدار $\int_0^1 (e^{x^2+1} - A) dx$ کدام است؟

- (۱) ۰
 (۲) e
 (۳) $(e-1)A$
 (۴) eA

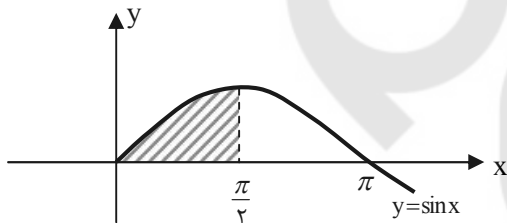
۱۳۲- گزینه «۳» صحیح است.

$$\int_0^1 (e^{x^2+1} - A) dx = \int_0^1 (e^{x^2} \times e - A) dx = e \int_0^1 e^{x^2} dx - A \int_0^1 dx = eA - Ax \Big|_0^1 = eA - A = (e-1)A$$

۱۳۳- منحنی $y = \sin x$ را بر $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ حول محور x ها دوران می‌دهیم. حجم جسم حاصل کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi^2 - 1}{4}$
 (۲) $\frac{\pi^2}{4}$
 (۳) $\frac{\pi^2 - \pi}{4}$
 (۴) $\frac{\pi(\pi - 1)}{4}$

۱۳۳- گزینه «۲» صحیح است.



$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx = \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\sin x)^2 dx$$

$$= \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin^2 x dx = \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{\pi}{2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (1 - \cos 2x) dx = \frac{\pi}{2} \left(x - \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{2} = \frac{\pi^2}{4}$$



۱۳۴- فرض کنید $x^y = y^x$ ، در این صورت $\frac{dy}{dx}$ کدام است؟

$$\frac{y(x \ln x - y)}{x(y \ln y - x)} \quad (۱)$$

$$\frac{y(y \ln y - y)}{x(x \ln x - x)} \quad (۲)$$

$$\frac{y(x \ln y - y)}{x(y \ln x - x)} \quad (۳)$$

$$\frac{y(y \ln y - x)}{x(x \ln x - y)} \quad (۴)$$

۱۳۴- گزینه «۳» صحیح است.

ابتدا از دو طرف تساوی \ln می‌گیریم و بعد از ساده کردن از مشتق‌گیری ضمنی استفاده می‌کنیم.

$$x^y = y^x \Rightarrow \ln x^y = \ln y^x \Rightarrow y \ln x = x \ln y \Rightarrow F = y \ln x - x \ln y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{y \times \frac{1}{x} - \ln y}{\ln x - x \times \frac{1}{y}} = -\frac{\frac{y - x \ln y}{x}}{\frac{y \ln x - x}{y}} = \frac{y(x \ln y - y)}{x(y \ln x - x)}$$

۱۳۵- کدام گزینه در مورد سری‌های $\sum_{n=1}^{+\infty} n(\cos \frac{1}{n} - 1)$ و $\sum_{n=1}^{+\infty} n(\cos \frac{1}{n^2} - 1)$ به ترتیب، صحیح است؟

(۱) واگرا - همگرا

(۲) همگرا - همگرا

(۳) همگرا - واگرا

(۴) واگرا - واگرا

۱۳۵- گزینه «۱» صحیح است.

طبق هم‌ارزی $1 - \frac{u^2}{2} \sim \cos u$ وقتی $u \rightarrow 0$ داریم:

$$n(\cos \frac{1}{n} - 1) \sim n((1 - \frac{(\frac{1}{n})^2}{2}) - 1) = -\frac{1}{2n}$$

و چون سری $\sum_{n=1}^{\infty} -\frac{1}{2n} = -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ واگراست بنابراین طبق آزمون هم‌ارزی، سری $\sum_{n=1}^{+\infty} n(\cos \frac{1}{n} - 1)$ نیز

واگراست.

همچنین،

$$n(\cos \frac{1}{n^2} - 1) \sim n((1 - \frac{(\frac{1}{n^2})^2}{2}) - 1) = -\frac{1}{2n^3}$$



و چون سری $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^3} = \frac{1}{4}$ همگراست بنابراین طبق آزمون هم‌ارزی، سری $\sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\cos \frac{1}{n^2} - 1 \right)$ نیز همگراست.

۱۳۶- انتگرال‌های $I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3 e^{x^3}}$ و $J = \int_1^{+\infty} \frac{(1+x)dx}{x^2 + \ln x + 1}$ به ترتیب و هستند.

(۱) واگرا - همگرا

(۲) همگرا - همگرا

(۳) همگرا - واگرا

(۴) واگرا - واگرا

۱۳۶- گزینه «۴» صحیح است.

انتگرال I در $x = 0$ غیرعادی (ناسره) است. از طرفی $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{e^{x^3}} = 1 \neq 0, \infty$ لذا انتگرال‌های $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3 e^{x^3}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3}$

همرفتار هستند. از طرفی می‌دانیم $\int_1^a \frac{1}{x^p} dx$ برای $p \geq 1$ واگرا و برای $p < 1$

همگراست لذا $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$ واگرا و در نتیجه I نیز واگراست.

همچنین وقتی $x \rightarrow +\infty$ طبق قوانین رشد داریم: $\frac{1+x}{x^2 + \ln x + 1} \sim \frac{x}{x^2} = \frac{1}{x}$ و می‌دانیم $\int_a^{+\infty} \frac{1}{x^p} dx$

برای $p > 1$ همگرا و برای $p \leq 1$ واگراست و طبق آزمون هم‌ارزی انتگرال غیرعادی J نیز واگراست.

۱۳۷- فرض کنیم $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ ، مقدار $f^{(13)}\left(-\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟ (منظور از $f^{(13)}(x)$ مشتق مرتبه ۱۳ام

$f(x)$ در نقطه x است.)

(۱) $\frac{13!}{2}$

(۲) $-\frac{13!}{2}$

(۳) $13!$

(۴) $-13!$



۱۳۷- گزینه «۲» صحیح است.

مشتق تابع هموگرافیک به شکل کلی $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ (ad ≠ bc) به صورت زیر است:

$$f^{(n)}(x) = n! \times (-c)^{n-1} \frac{ad-bc}{(cx+d)^{n+1}}$$

در این سوال، $a=0$ ، $b=1$ ، $c=2$ ، $d=3$ و $n=13$ می‌باشد. بنابراین:

$$\begin{aligned} f^{(13)}(x) &= 13! \times (-2)^{12} \times \frac{0-2}{(2x+3)^{14}} \Rightarrow f^{(13)}\left(-\frac{1}{2}\right) = 13! \times (-2)^{12} \times \frac{-2}{\left(2 \times \frac{-1}{2} + 3\right)^{14}} \\ &= 13! \times \frac{(-2)^{13}}{2^{14}} = 13! \times \frac{(-1)^{13} (2)^{13}}{2^{14}} = -\frac{13!}{2} \end{aligned}$$

۱۳۸- اگر y تابعی بر حسب x باشد که در رابطه $x^{2x} - 2x^x \cot y - 1 = 0$ صدق کند، $y'(1)$ کدام است؟

(۱) $\log 2$

(۲) $-\log 2$

(۳) -1

(۴) 1

۱۳۸- گزینه «۳» صحیح است.

با توجه به این که مقدار مشتق در $x=1$ خواسته شده است در تساوی داده شده به جای x عدد یک قرار می‌دهیم.

$$1 - 2 \cot y - 1 = 0 \Rightarrow \cot y = 0$$

حال از مشتق‌گیری ضمنی برای محاسبه y' استفاده می‌کنیم.

$$F = x^{2x} - 2x^x \cot y - 1 = 0 \Rightarrow F = e^{2x \ln x} - 2e^{x \ln x} \cot y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow y' = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{(2 \ln x + 2x \times \frac{1}{x})e^{2x \ln x} - 2(\ln x + x \times \frac{1}{x})e^{x \ln x} \cot y}{2e^{x \ln x} (1 + \cot^2 y)}$$

$$= -\frac{(2 \ln x + 2)x^{2x} - 2(\ln x + 1)x^x \cot y}{2x^x (1 + \cot^2 y)} \xrightarrow{\cot y = 0, x=1} y'(1) = -\frac{2}{2} = -1$$

توجه: می‌توانستیم ابتدا مشتق عبارت‌های x^{2x} و x^x را با کمک \ln به دست آورده و سپس در کسر جایگذاری کنیم.

یعنی:

$$g(x) = x^{2x} \Rightarrow \ln g(x) = 2x \ln x \Rightarrow \frac{g'(x)}{g(x)} = 2 \ln x + 2x \times \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow g'(x) = g(x)(2 \ln x + 2) \Rightarrow g'(x) = x^{2x}(2 \ln x + 2)$$



به طور مشابه،

$$h(x) = x^x \Rightarrow \ln(h(x)) = x \ln x \Rightarrow \frac{h'(x)}{h(x)} = \ln x + x \times \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow h'(x) = h(x)(\ln x + 1) \Rightarrow h'(x) = x^x (\ln x + 1)$$

۱۳۹- فرض کنید سری $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n (x-3)^n$ دارای بازه همگرایی $[0, 6]$ باشد و $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$ موجود باشد. در این

صورت بازه همگرایی سری $\sum_{n=1}^{+\infty} 3^n a_n (x-1)^n$ کدام است؟

(۱) $[-1, 3]$

(۲) $(-1, 3)$

(۳) $(0, 2)$

(۴) $[0, 2]$

۱۳۹- گزینه «۴» صحیح است.

می‌دانیم اگر R شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$ باشد آنگاه:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \frac{1}{R}$$

چون بازه همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-3)^n$ فاصله $[0, 6]$ است لذا:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \frac{1}{3}$$

اگر شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} 3^n a_n (x-1)^n$ را با R نشان دهیم آنگاه:

$$\frac{1}{R} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{3^{n+1} a_{n+1}}{3^n a_n} \right| = 3 \lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 3 \times \frac{1}{3} = 1$$

و چون مرکز آن $x = 1$ می‌باشد لذا سری در فاصله $(0, 2)$ همگراست.

سری $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-3)^n$ در $x = 0$ و $x = 6$ همگراست. با جایگذاری این مقادیر در سری نتیجه می‌گیریم سری‌های

$$\sum_{n=1}^{\infty} 3^n a_n \quad \text{و} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-3)^n a_n$$

همگرا هستند.



از طرفی:

$$x = 0: \sum_{n=1}^{\infty} 3^n a_n (x-1)^n = \sum_{n=1}^{\infty} 3^n a_n (-1)^n = \sum_{n=1}^{\infty} (-3)^n a_n \Rightarrow \text{همگرا}$$

$$x = 2: \sum_{n=1}^{\infty} 3^n a_n (x-1)^n = \sum_{n=1}^{\infty} 3^n a_n \Rightarrow \text{همگرا}$$

بنابراین سری در فاصله $[0, 2]$ همگراست.۱۴۰- مقدار $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^2}$ کدام است؟

$$\frac{1}{8}(\pi+1) \quad (1)$$

$$\frac{1}{8}(\pi+2) \quad (2)$$

$$\frac{1}{8}(\pi+3) \quad (3)$$

$$\frac{1}{8}\pi \quad (4)$$

۱۴۰- گزینه «۲» صحیح است.

اگر در انتگرال عبارت $(a^2 + x^2)$ مشاهده شود می‌توانیم از تغییر متغیر $x = a \tan u$ برای حل انتگرال استفاده کنیم.

$$\begin{cases} x = \tan u \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow u = 0 \\ x = 1 \Rightarrow u = \frac{\pi}{4} \end{cases} \\ dx = (1 + \tan^2 u) du \end{cases}$$

$$\text{حاصل انتگرال} = \int_{u=0}^{u=\frac{\pi}{4}} \frac{(1 + \tan^2 u) du}{(1 + \tan^2 u)^2} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + \tan^2 u} du = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 u du = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \cos 2u}{2} du$$

$$= \frac{1}{2} \left(u + \frac{1}{2} \sin 2u \right) \Big|_{u=0}^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{8}(\pi + 2)$$

۱۴۱- فرض کنید $\sin z = x^2 - 2xy + xy^2$. معادله صفحه مماس بر این رویه در نقطه $(1, 0, \frac{\pi}{4})$ کدام است؟

$$x - y = 1 \quad (1)$$

$$x + y = 1 \quad (2)$$

$$z - y = \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

$$z + y = \frac{\pi}{2} \quad (4)$$



۱۴۱- گزینه «۱» صحیح است.

$$f(x, y, z) = x^2 - 2xy + xy^2 - \sin z = 0$$

$$\nabla f = (2x - 2y + y^2, -2x + 2xy, -\cos z) \Rightarrow \nabla f(1, 0, \frac{\pi}{2}) = (2, -2, 0)$$

بنابراین،

$$2(x-1) - 2(y-0) = 0 \Rightarrow 2x - 2y = 2 \Rightarrow x - y = 1$$

۱۴۲- اگر $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^3}{x^2 + y^2} = A$ و $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = B$ ، کدام گزینه در مورد A و B صحیح

است؟

(۱) A وجود ندارد و B = ۱

(۲) A = ۰ و B وجود ندارد

(۳) A = ۱ و B = ۰

(۴) A = ۰ و B = ۱

۱۴۲- گزینه «۴» صحیح است.

در $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^3}{x^2 + y^2}$ چون درجه صورت برابر ۵ و درجه هر یک از جملات مخرج برابر ۲ می‌باشد، در نتیجه

حاصل حد موجود و برابر صفر است.

همچنین طبق هم‌ارزی $\sin u \sim u$ (وقتی $u \rightarrow 0$) داریم:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} = 1$$

بنابراین A = ۰ و B = ۱ است.

۱۴۳- فرض کنید $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ ، مقدار مشتق جهتی $f(0, 0)$ در $D(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{3}{8}$

(۳) ۰

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{8}$



۱۴۳- گزینه «۲» صحیح است.

روش اول: می‌دانیم اگر تابع f همگن از درجه یک باشد و $f(0,0) = 0$ آنگاه $D_{\vec{u}}f(0,0) = f(u)$ یعنی برای محاسبه مشتق جهتی در مبدأ کافی است مختصات بردار یکه \vec{u} را در ضابطه تابع جایگذاری کنیم. با توجه به اینکه تابع داده شده همگن از درجه یک است داریم:

$$D_{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)} f(0,0) = \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{3}{8}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} D_{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)} f(0,0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(0 + \frac{\sqrt{3}}{2}h, 0 + \frac{1}{2}h\right) - f(0,0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}h, \frac{1}{2}h\right)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}h\right)^2 \left(\frac{1}{2}h\right)}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}h\right)^2 + \left(\frac{1}{2}h\right)^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{8}h^3}{h^2} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

۱۴۴- اگر $I = \int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \sin y^3 dy dx$ مقدار I کدام است؟

(۱) $\frac{\cos 4}{2}$

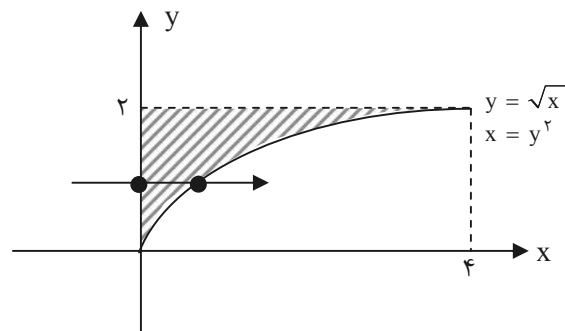
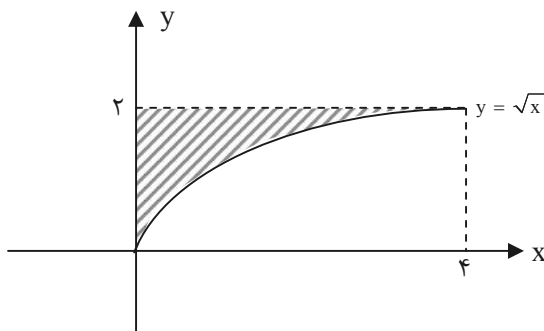
(۲) $\frac{\cos 8}{3}$

(۳) $\frac{1 - \cos 8}{3}$

(۴) $\frac{1 - \cos 4}{2}$

۱۴۴- گزینه «۳» صحیح است.

چون انتگرال داخلی قابل حل نیست لذا از تعویض ترتیب انتگرال‌گیری استفاده می‌کنیم. برای این منظور ابتدا با توجه به حدود انتگرال یعنی $0 \leq x \leq 4$ و $\sqrt{x} \leq y \leq 2$ ناحیه انتگرال‌گیری را رسم می‌کنیم.





$$I = \int_{y=0}^{y=2} \int_{x=0}^{x=y^2} \sin y^3 dx dy = \int_{y=0}^2 (\sin y^3) \times x \Big|_{x=0}^{x=y^2} dy = \int_{y=0}^2 y^2 \sin y^3 dy$$

$$= -\frac{1}{3} \cos y^3 \Big|_{y=0}^{y=2} = -\frac{1}{3} \cos(8) + \frac{1}{3} \cos(0) = \frac{1 - \cos 8}{3}$$

۱۴۵- مقدار $I = \oint_C (\Delta y + \cos \sqrt{x}) dx + (\lambda x + e^{y^2}) dy$ ، که در آن C مرز دایره $x^2 + y^2 = 2$ با جهت مثبت

می‌باشد، کدام است؟

(۱) 6π

(۲) 10π

(۳) $2(\sqrt{3})\pi$

(۴) $3(\sqrt{2})\pi$

۱۴۵- گزینه «۱» صحیح است.

با توجه به این که C یک خم بسته در صفحه XY است و شرایط قضیه گرین برقرار می‌باشد از این قضیه استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} F_1 = \Delta y + \cos \sqrt{x} \\ F_2 = \lambda x + e^{y^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial F_1}{\partial y} = \Delta \\ \frac{\partial F_2}{\partial x} = \lambda \end{cases}$$

اگر D ناحیه داخلی منحنی C باشد آنگاه:

$$I = \iint_D \left(\frac{\partial F_2}{\partial x} - \frac{\partial F_1}{\partial y} \right) dx dy = \iint_D (\lambda - \Delta) dx dy = 3 \times D = 3 \times \text{مساحت دایره} = 3 \times \pi \times (\sqrt{2})^2 = 6\pi$$

۱۴۶- اگر $F(x, y, z) = 0$ و F_x و F_y و F_z همگی موجود و پیوسته و ناصفر باشند، مقدار $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial z}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) -۱

(۳) ۰

(۴) ممکن است موجود نباشد

۱۴۶- گزینه «۲» صحیح است.

چون یک تساوی بر حسب X و Y و Z داریم از مشتق‌گیری ضمنی استفاده می‌کنیم.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_z}, \quad \frac{\partial x}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_x}, \quad \frac{\partial y}{\partial z} = -\frac{F_z}{F_y}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial z}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial y} \times \frac{\partial y}{\partial z} = \left(-\frac{F_x}{F_z}\right) \times \left(-\frac{F_y}{F_x}\right) \times \left(-\frac{F_z}{F_y}\right) = -1$$



۱۴۷- فرض کنید C مرز دایره $(y+2)^2 + (x-1)^2 = 10$ باشد که در جهت مثلثاتی در نظر گرفته شده است. اگر

$$\int_C (ke^x y + e^x x) dx + (e^x + ke^y y) dy = 0$$

مقدار k برابر کدام مورد است؟

(۱) -۱

(۲) ۰

(۳) ۱

(۴) ۲

۱۴۷- گزینه «۳» صحیح است.

خم داده شده دایره به مرکز $(-2, 1)$ و شعاع $\sqrt{10}$ می‌باشد که یک خم بسته در صفحه XY است. چون شرایط قضیه گرین برقرار است از این قضیه استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} F_1 = ke^x y + e^x x \\ F_2 = e^x + ke^y y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial F_1}{\partial y} = ke^x \\ \frac{\partial F_2}{\partial x} = e^x \end{cases}$$

اگر D داخل دایره داده شده باشد آنگاه:

$$\text{انتگرال} = \iint_D (e^x - ke^x) dx dy = (1-k) \iint_D e^x dx dy$$

طبق صورت سوال حاصل انتگرال مساوی صفر می‌باشد لذا:

$$1-k=0 \Rightarrow k=1$$

۱۴۸- فرض کنید $F(x, y, z) = (yz, xz, xy)$ و C مرز مربع با رئوس $(0, 0, 0)$ ، $(2, 0, 0)$ ، $(0, 2, 0)$ و $(2, 2, 0)$ است که

در جهت مثلثاتی در نظر گرفته شده است. انتگرال میدان برداری F بر منحنی C کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) $\frac{8}{3}$

(۴) ۴

۱۴۸- گزینه «۱» صحیح است.

در مسائلی که می‌خواهیم انتگرال میدان برداری را روی یک خم محاسبه کنیم (یعنی: $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$) باید کرل میدان F را

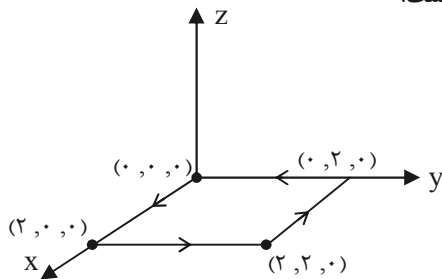
محاسبه نماییم اگر $\text{curl } \vec{F} = 0$ و محدودیتی برای x و y و z نداشته باشیم (یعنی دامنه F ، \mathbb{R}^3 باشد) آنگاه میدان F ابقایی است.



در این مسأله،

$$\text{curl } \vec{F} = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ yz & xz & xy \end{pmatrix} = (x - x, y - y, z - z) = (0, 0, 0)$$

و چون محدودیتی نیز برای x و y و z نداریم لذا میدان \vec{F} ابقایی است. از طرفی C یک خم بسته در صفحه xy است (زیرا مؤلفه سوم همه رئوس آن صفر می‌باشد) لذا حاصل انتگرال صفر است.



(توجه: اگر \vec{F} یک میدان ابقایی و C یک خم ساده بسته باشد، آنگاه انتگرال \vec{F} روی منحنی C برابر صفر است.)

۱۴۹- خم $\gamma(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, 2 \cos 2t)$ را برای $t \in [-\pi, \pi]$ در نظر بگیرید. انحنای خم در نقطه $(2, 0, 2)$

کدام است؟

(۱) $\sqrt{17}$

(۲) $\frac{\sqrt{17}}{4}$

(۳) $2\sqrt{17}$

(۴) $\frac{\sqrt{17}}{2}$

۱۴۹- گزینه «۴» صحیح است.

ابتدا مقدار t را در نقطه داده شده به دست می‌آوریم.

$$(2 \cos t, 2 \sin t, 2 \cos 2t) = (2, 0, 2) \Rightarrow t = 0$$

با توجه به این که معادله خم به صورت پارامتری داده شده است لذا برای محاسبه انحنای از فرمول $k = \frac{|\vec{V} \times \vec{a}|}{|\vec{V}|^3}$

استفاده می‌کنیم.

$$\vec{V} = \gamma'(t) = (-2 \sin t, 2 \cos t, -4 \sin 2t) \xrightarrow{t=0} \vec{V} = (0, 2, 0) \Rightarrow |\vec{V}| = 2$$

$$\vec{a} = \gamma''(t) = (-2 \cos t, -2 \sin t, -8 \cos 2t) \xrightarrow{t=0} \vec{a} = (-2, 0, -8)$$

$$\vec{V} \times \vec{a} = (0, 2, 2) \times (-2, 0, -8) = (-16, 0, 4)$$

$$|\vec{V} \times \vec{a}| = \sqrt{(-16)^2 + (4)^2} = \sqrt{(4 \times 4)^2 + 4^2} = \sqrt{4^2(4^2 + 1)} = 4\sqrt{17} \Rightarrow k = \frac{4\sqrt{17}}{2^3} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$



۱۵۰- اگر S کره واحد باشد و $\iint_S (2xz + ky^2) d\sigma = 4\pi$ در این صورت مقدار k کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۵۰- گزینه «۳» صحیح است.

$2xz$ نسبت به X (و نسبت به Z) فرد و معادله ناحیه انتگرال‌گیری (یعنی کره واحد) نسبت به X (و نسبت به Z) زوج

$$\text{است لذا } \iint_S 2xz d\sigma = 0.$$

همچنین می‌دانیم به دلیل تقارن، روی کره $S': x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

$$\iint_{S'} x^2 d\sigma = \iint_{S'} y^2 d\sigma = \iint_{S'} z^2 d\sigma = \frac{4\pi a^4}{3}$$

بنابراین:

$$4\pi = \iint_S (2xz + ky^2) d\sigma = k \iint_S y^2 d\sigma = k \times \frac{4\pi}{3} \Rightarrow 4\pi = \frac{4\pi}{3} k \Rightarrow k = 3$$

۱۵۱- مقدار انتگرال تابع $f(x, y, z) = xyz$ بر منحنی $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ z = 3 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۶

(۳) ۹

(۴) ۱۲

۱۵۱- گزینه «۴» صحیح است.

برای محاسبه انتگرال تابع اسکالر f روی یک منحنی، در صورت امکان منحنی را پارامتری کرده و معادله‌های مربوط به

آن را در تابع f جایگذاری می‌کنیم.



$$C: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \cos t \Rightarrow x' = -2 \sin t \\ y = 2 \sin t \Rightarrow y' = 2 \cos t \end{cases} \\ z = 3 \Rightarrow z' = 0 \\ x, y \geq 0 \Rightarrow \text{ربع اول دایره} \Rightarrow 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$ds = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} dt \Rightarrow ds = \sqrt{(-2 \sin t)^2 + (2 \cos t)^2 + 0} dt = \sqrt{4 \sin^2 t + 4 \cos^2 t} dt = 2 dt$$

بنابراین،

$$\begin{aligned} \int_C f ds &= \int_C xyz \times 2 dt = \int_{t=0}^{t=\frac{\pi}{2}} (2 \cos t)(2 \sin t)(3) \times 2 dt \\ &= 12 \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin t \cos t dt = 12 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2t dt = 12 \times \left. -\frac{1}{2} \cos 2t \right|_0^{\frac{\pi}{2}} = -6(-1-1) = 12 \end{aligned}$$

۱۵۲- اگر $\vec{F} = (xy^2, x^2y, (x^2 + y^2)z)$ و S سطح استوانه توپر $x^2 + y^2 \leq 1$ و $0 \leq z \leq 1$ باشد و \vec{N} قائم یک‌رو

به خارج استوانه باشد مقدار $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) π (۳) 2π (۴) 4π

۱۵۲- گزینه «۲» صحیح است.

با توجه به بسته بودن سطح داده شده از قضیه دیورژانس استفاده می‌کنیم.

$$\text{div}(\vec{F}) = y^2 + x^2 + (x^2 + y^2) = 2(x^2 + y^2)$$

بنابراین:

$$\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} d\sigma = \iiint_R \text{div}(\vec{F}) dv = \iiint_{z=0}^1 2(x^2 + y^2) dz dx dy = 2 \iint_{D: x^2 + y^2 \leq 1} (x^2 + y^2) dx dy$$

$$= 2 \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^1 r^2 \times r dr d\theta = 2 \int_{\theta=0}^{2\pi} d\theta \times \int_{r=0}^1 r^3 dr = 2 \times 2\pi \times \frac{1}{4} = \pi$$



۱۵۳- فرض کنید C منحنی $r = 10 + \cos^2 \theta$ باشد که $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ، مقدار $\int_C \frac{y dx - x dy}{x^2 + y^2}$ کدام است؟

(۱) -2π

(۲) ۰

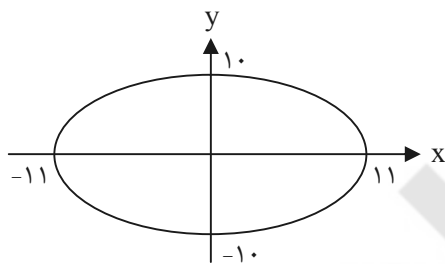
(۳) ۱

(۴) 2π

۱۵۳- گزینه «۱» صحیح است.

ابتدا با مقدار دهی به θ ، منحنی داده شده را رسم می‌کنیم.

$$r = 10 + \cos^2 \theta$$



θ	۰	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
r	۱۱	۱۰	۱۱	۱۰	۱۱

لذا منحنی داده شده یک خم بسته شامل مبدأ مختصات می‌باشد که یک دور حول مبدأ پیموده شده است.

پس:

$$\text{انتگرال} = - \int_C \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2} = -2\pi$$

توجه: برای هر خم بسته C که مبدأ در ناحیه محصور توسط خم قرار داشته باشد و k بار در جهت مثلثاتی طی شده

$$\int_C \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2} = 2k\pi \text{ است}$$

۱۵۴- مقدار انتگرال زیر کدام است؟

$$\int_0^{\sqrt{3}} \int_0^{\sqrt{3-x^2}} \int_1^{\sqrt{4-x^2-y^2}} \frac{dz dy dx}{x^2 + y^2 + z^2}$$

(۱) $\frac{\pi}{2} \ln 2$

(۲) $\frac{2\pi}{3} \ln 2$

(۳) $\frac{\pi}{2} (1 - \ln 2)$

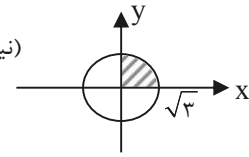
(۴) $\frac{2\pi}{3} (1 - \ln 2)$



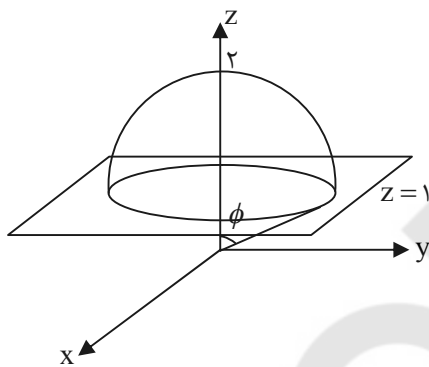
۱۵۴- گزینه «۳» صحیح است.

ابتدا با توجه به حدود انتگرال، ناحیه انتگرال‌گیری را رسم می‌کنیم.

$$1 \leq z \leq \sqrt{4-x^2-y^2} \Rightarrow \begin{cases} z=1 & \text{(صفحه)} \\ z=\sqrt{4-x^2-y^2} \Rightarrow x^2+y^2+z^2=4 & \text{(نیم کره بالایی)} \end{cases}$$



$$\begin{cases} 0 \leq y \leq \sqrt{3-x^2} \\ 0 \leq x \leq \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0, & x^2+y^2=3 \\ 0 \leq x \leq \sqrt{3} \end{cases}$$

لذا ناحیه داده شده، ناحیه بین صفحه $z=1$ و نیم کره بالایی $x^2+y^2+z^2=4$ واقع در $\frac{1}{8}$ اول فضا می‌باشد(زیرا $x, y, z \geq 0$). با توجه به ناحیه داده شده، از مختصات کروی برای حل انتگرال استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} z=1 \Rightarrow \rho \cos \phi = 1 \Rightarrow \rho = \frac{1}{\cos \phi} \\ x^2+y^2+z^2=4 \Rightarrow \rho^2 = 4 \Rightarrow \rho = 2 \end{cases}$$

برای به دست آوردن حداکثر مقدار ϕ باید معادله کره و صفحه را تقاطع دهیم.

$$\frac{1}{\cos \phi} = 2 \Rightarrow \cos \phi = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{3}$$

$$\text{حاصل انتگرال} = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{\pi/3} \int_{\rho=1/\cos \phi}^2 \frac{\rho^2 \sin \phi d\rho d\phi d\theta}{\rho^2}$$

$$= \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{\pi/3} \sin \phi \left(2 - \frac{1}{\cos \phi} \right) d\phi d\theta = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{\pi/3} \left(2 \sin \phi - \frac{\sin \phi}{\cos \phi} \right) d\phi d\theta$$

$$= \int_{\theta=0}^{\pi} \left(-2 \cos \phi + \ln \cos \phi \right) \Big|_{\phi=0}^{\pi/3} d\theta = \int_{\theta=0}^{\pi} \left(-1 + \ln \frac{1}{2} + 2 \right) d\theta = (1 - \ln 2) \theta \Big|_{\theta=0}^{\pi} = \frac{\pi}{2} (1 - \ln 2)$$

۱۵۵- فرض کنید منحنی C دارای پارامتری $R(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, \cos t + 4)$ باشد که $0 \leq t \leq 2\pi$ و $F(x, y, z) = (z^2 + e^z, 4x, e^{z^2} \cos^2 z)$ مقدار $\int_C F \cdot dR$ کدام است؟

$$\frac{29\pi}{2} \quad (1)$$

$$15\pi \quad (2)$$

$$\frac{31\pi}{2} \quad (3)$$

$$16\pi \quad (4)$$



۱۵۵- گزینه «۴» صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} t=0 &\Rightarrow R(0) = (2, 0, 5) \\ t=2\pi &\Rightarrow R(2\pi) = (2, 0, 5) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{خم بسته است.}$$

با توجه به این که خم C یک خم بسته می‌باشد و در معادله میدان \vec{F} متغیر Z داریم (علاوه بر این تابع F و مشتقات جزئی مرتبه اول آن پیوسته هستند) لذا از قضیه استوکس استفاده می‌کنیم. ابتدا باید سطوحی را بیابیم که خم R روی آن‌ها قرار دارد.

$$R(t) = (2 \cos t, 2 \sin t, \cos t + 4) \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \\ z = \cos t + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ 2z - x = 4 \end{cases}$$

لذا خم $R(t)$ مرز دایره $x^2 + y^2 = 4$ است که در صفحه $2z - x = 4$ قرار دارد.

$$S: g(x, y, z) = 2z - x - 4 = 0 \Rightarrow \nabla g = (-1, 0, 2)$$

$$\vec{n} \, dS = \pm \frac{\nabla g}{\left| \frac{\partial g}{\partial z} \right|} dx \, dy \Rightarrow \vec{n} \, dS = \pm \frac{(-1, 0, 2)}{|2|} dx \, dy \Rightarrow \vec{n} \, dS = \left(-\frac{1}{2}, 0, 1\right) dx \, dy$$

همچنین:

$$\text{curl}(\vec{F}) = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ z^2 + e^z & 4x & e^{2z} \cos^2 z \end{pmatrix} = (0, 2z + e^z, 4)$$

بنابراین:

$$\begin{aligned} \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} &= \iint_S \text{curl}(\vec{F}) \cdot \vec{n} \, dS = \iint_D (0, 2z + e^z, 4) \cdot \left(-\frac{1}{2}, 0, 1\right) dx \, dy \\ &= 4 \iint_D dx \, dy = 4 \times D \text{ مساحت} = 4 \times \pi(2)^2 = 16\pi \end{aligned}$$

توجه کنید D تصویر سطح S در صفحه xy یعنی دایره $x^2 + y^2 = 4$ می‌باشد.