



مرکز آموزشی نوگام

گامی نو، گامی ماندگار

# پاسخ‌های تشریحی

کنکور ۱۴۰۰ MBA

استاد عرفانیان

رابطہ موجود میان اعداد درہر شکل بصورت زیر ہے باشد:

x	a	
y	t	b
z	u	v

c

$$a = x + t + v$$

$$b = y + u$$

$$c = z$$

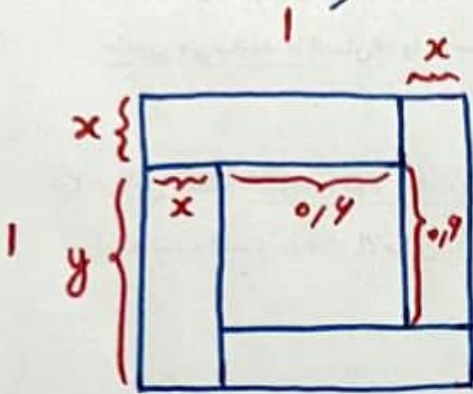
بنا بر این، در شکل دانی:

$$v = 3 + ? + 1 \Rightarrow ? = 3$$

۱۲۲ - گزینه ۱

طول مربع را با نشان می دهیم. بنابراین طول مربع داخلی برابر ۰٫۶ خواهد بود.

با توجه به اینکه هر چهار ضلع یک هستند، شکل زیر را خواهیم داشت:



$$0.6 + 2x = 1 \Rightarrow x = 0.2$$

$$x + y = 1 \xrightarrow{x=0.2} y = 0.8$$

$$? = \frac{x}{y} = \frac{0.2}{0.8} = \frac{1}{4}$$

بدین ترتیب:

بنابراین:

فراہد شمرن اعداد توسط این هفت نفر، بصورت زیر خواهد بود:

	نفر اول	نفر دوم	نفر سوم	نفر چهارم	نفر پنجم	نفر ششم	نفر هفتم
ردیف ۱ :	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
ردیف ۲ :	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹
ردیف ۳ :		۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
ردیف ۴ :	۲۹	۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳

با توجه به جدول فوق، مشخص است که بزرگترین عدد واقع در ردیف ۴ ی زوج، بصورت  $14k+1$  و

بزرگترین عدد واقع در ردیف ۴ ی فرد  $(2k-1)$ ، بصورت  $14k-6 = 7(2k-1) + 1$  باشد:

$$203 = 7 \times 29$$

با توجه به توضیحات فوق،

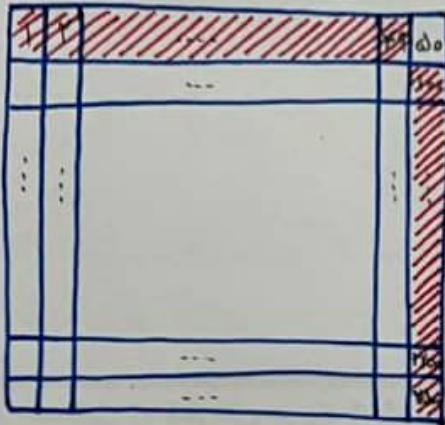
ردیف ۴: ۲۹، ۲۸، ۲۷، ۲۶، ۲۵، ۲۴، ۲۳، ۲۲، ۲۱، ۲۰، ۱۹، ۱۸، ۱۷، ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۳، ۱۲، ۱۱، ۱۰، ۹، ۸، ۷، ۶، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱

	نفر اول	نفر دوم	نفر سوم	نفر چهارم	نفر پنجم	نفر ششم	نفر هفتم
ردیف ۲۶:	۱۸۳	۱۸۲	۱۸۱	۱۸۰	۱۷۹	۱۷۸	۱۷۷
ردیف ۲۷:		۱۸۴	۱۸۵	۱۸۶	۱۸۷	۱۸۸	۱۸۹
ردیف ۲۸:	۱۹۷	۱۹۶	۱۹۵	۱۹۴	۱۹۳	۱۹۲	۱۹۱
ردیف ۲۹:		۱۹۸	۱۹۹	۲۰۰	۲۰۱	۲۰۲	<b>۲۰۳</b>

با بر این، عدد ۲۰۳ را هفتمین نفر صرف خواهد شمرد.

هدایت تعداد مربع های رنگی مورد پرسش تکرار گرفته است ، به طوریکه هر مربع رنگی کوچک

تنها مربع رنگی در سطح خود یا تنها مربع رنگی در ستون خود باشد. واضح است که جواب نمی تواند از ۱۰۰ بهتر باشد ، زیرا ۵۰ سطر و ۵۰ ستون داریم . به شکل زیر توجه کنید :



در شکل فوق  $2 \times 49 = 98$  مربع کوچک رنگی داریم که هر کدام یا تنها مربع رنگی در سطح خود هستند یا تنها مربع رنگی در ستون خود.

حجم چنین واضح است که جواب ۱۰۰ نخواهد بود ، زیرا چنانچه ۵۰ مربع کوچک رنگی داشته باشیم که تنها مربع رنگی در ستون خود باشند ، قطعاً نمی توان ۵۰ مربع رنگی دیگر داشت که هر کدام یا تنها مربع رنگی در سطح خود باشند ، پس پاسخ کمتر از ۱۰۰ است . با استدلال مشابه می توان پاسخ ۹۹ را نیز رد کرد ، پس جواب ۹۸ است .

نکته : با توجه به شکل فوق و اینکه جواب سوال کمتر از ۱۰۰ است ، پاسخ تحت قطعاً ، گزینه شماره ۲ خواهد بود.

۱۲۵ - گزینه (۴)

با توجه به الگوریتم مذکور برای توزیع گویه در هر یک از ظرف های سمت چپ دراکت، در حالت های زیر  
۷ گویه در ظرف سمت راست قرار خواهد گرفت: (تعداد گویه های داخل کبه را با  $n$  نشان می دهیم)

حالت اول:  $n = 17$

$$\frac{1+2+3+4}{2} = 10 \quad \frac{1+1+1+1+3}{2} = 7$$

ظرف سمت چپ      ظرف سمت راست

حالت دوم:  $n = 22$

$$\frac{1+2+3+4+5}{2} = 15 \quad \frac{1+1+1+1+1+2}{2} = 7$$

ظرف سمت چپ      ظرف سمت راست

حالت سوم:  $n = 28$

$$\frac{1+2+3+4+5+6}{2} = 21 \quad \frac{1+1+1+1+1+1+1}{2} = 7$$

ظرف سمت چپ      ظرف سمت راست

حالت چهارم:  $n = 35$

$$\frac{1+2+3+4+5+6+7}{2} = 28 \quad \frac{1+1+1+1+1+1+1+1}{2} = 7$$

ظرف سمت چپ      ظرف سمت راست

حالت پنجم:  $n = 43$

$$\frac{1+2+3+4+5+6+7+8}{2} = 36 \quad \frac{1+1+1+1+1+1+1+1+1}{2} = 7$$

ظرف سمت چپ      ظرف سمت راست

بنابراین، در پنج حالت، تعداد ۷ گویه، در ظرف سمت راست قرار خواهد گرفت.

پس ۸ دقیقه، یک صدای «بیب»، پس ۱۵ دقیقه، یک صدای «تیک» و پس ۲۵ دقیقه، یک صدای «بوق» شنیده می شود. بنابراین در دقایق مضارب  $75 = [15, 25]$ ، پس دو صدای «تیک» و «بوق» فرمان شنیده می شود:

$$1 \times 75', 2 \times 75', 3 \times 75', \dots$$

بنابراین، زمانی که فقط دو صدای «تیک» و «بوق» فرمان شنیده می شود، دقیقه  $10 \times 75'$  خواهد بود. توجه کنید که در دقیقه  $8 \times 75'$  صدای «بیب» هم شنیده می شود:

$$\underbrace{1 \times 75'}_{\text{اولین بار}}, \underbrace{2 \times 75'}_{\text{دومین بار}}, \underbrace{3 \times 75'}_{\text{سومین بار}}, \dots, \underbrace{7 \times 75'}_{\text{هفتمین بار}}, \underbrace{8 \times 75'}_{\text{هشتمین بار}}, \underbrace{9 \times 75'}_{\text{نهمین بار}}, \underbrace{10 \times 75'}_{\text{دهمین بار}}$$

صدای «بیب» در دقایق مضارب ۸ شنیده می شود:

$$\frac{10 \times 75}{8} = 93, \dots$$

بنابراین، تا لحظه ای که برای نهمین بار، فقط دو صدای «تیک» و «بوق» فرمان شنیده می شود، صدای «بیب» ۹۳ بار شنیده خواهد شد، حال سوال این است که در چند بار از این ۹۳ دفعه، فقط صدای «بیب» (بدون تیک) شنیده شده است. به عبارت دیگر از ۹۳ عدد زیر، چند تا مضرب ۱۵ و ۲۵ نیستند:

$$1 \times 8', 2 \times 8', 3 \times 8', \dots, 93 \times 8' \quad (93)$$

می توان از مضرب ۸، چشم پوشید، از اعداد ۱ تا ۹۳، چند تا مضرب ۱۵ و ۲۵ نیستند؟ مضرب ۱۵، در این بازه عبارتند از: ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰، ۷۵، ۹۰. مضرب ۲۵، در این بازه عبارتند از: ۲۵، ۵۰، ۷۵. عدد ۷۵ یکبار می باشد، پس باید از این ۹۳ عدد، ۸ تا را حذف کنیم:

$$? = 93 - 8 = 85$$

۱۲۷- گزینه ۱

واقعاً اگر چه برای اینکه هر یک از دو مهره اکب به یک از دو خانه مستقل شوند، به بیش از یک حرکت نیاز داریم.

پس، حداقل تعداد حرکات مورد نیاز کمتر از ۴ نخواهد بود. هم چنین مهره اکب قرار گرفته در گوشه

(پایین چپ) را نمی توان با دو حرکت به خانه های مستقل کرد. بنابراین، با چهار حرکت نیمی توان

این کار را انجام داد. کمترین عدد موجود در گزینه ها عدد ۵ است، چنانچه بتوان با ۵ حرکت، هر دو مهره

اکب را به خانه های مستقل کرد، جواب گزینه شماره ۱ خواهد بود. به شکل زیر وقت کنید.

	?		??	
۲		۱		
		۳		
			a	b

حرکات مهره اکب بصورت زیر باشد:

(دو حرکت) خانه ?? → خانه ۱ → مهره a

(سه حرکت) خانه ۳ → خانه ۲ → مهره b

بنابراین، با پنج حرکت می توان دو مهره اکب را به خانه های مستقل علامت سوال، مستقل کرد.



طول هر قدم پدر، معادل طول ۷ قدم پسر است، پس طول هر قدم پدر، معادل طول  $\frac{۷}{۳}$  قدم پسر

است. به ازای هر ۵ قدم پسر، پدر ۲ قدم برمی دارد، بنابراین به ازای هر قدم پسر، پدر  $\frac{۲}{۵}$  قدم

برمی دارد. فاصله این دو، معادل ۲۹۰ قدم پسر می باشد. <sup>در متن</sup> پسر هر زمان به سمت پسر خود

به قدم زدن می کند. فرض می کنیم پسر  $t$  قدم بردارد، در اینصورت پدر،  $\frac{۲}{۵}t$  قدم برداشته است:

$$t \times 1 + \left(\frac{۲}{۵}t\right) \times \frac{۷}{۳} = ۲۹۰ \Rightarrow t = ۱۵۰ \quad \text{حل}$$

بنابراین، زمانی که پسر به پسر خود می رسد، پسر  $t = ۱۵۰$  قدم و پدر  $\frac{۲}{۵} \times ۱۵۰ = ۶۰$  قدم برداشته است.

برداشته است، یعنی این دو نفر مجموعاً  $۱۵۰ + ۶۰ = ۲۱۰$  قدم، به پسر خود می رسند. پس از برداشتن

نسبت هزینه اختصاص یافته برای خرید لوگت به صیره، برابر ۳ به ۲ و نسبت هزینه اختصاص یافته برای خرید لباس به تعمیر ماشین، برابر ۳ به ۷ می باشد:

لوگت	۳t
صیره	۲t
لباس	۳k
تعمیر ماشین	۷k

$$\begin{cases} 3t + 3k = 42 \\ 3t + 2t + 3k + 7k = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t + k = 14 \\ t + 2k = 20 \end{cases}$$

می دانیم:

با حل دستگاه در معادله دوم کمترین خطی فوق:

$$t = 8, k = 6$$

بنابراین، این فرد  $7k = 7 \times 6 = 42$  درصد از حقوق خود را برای تعمیر ماشین پرداخت می کند.

۱۳- گزینه (۴)

در مرحله اول که طناب ۳ متری (۳۰ سانتی متری) را در اختیار داریم، ۱۵ سانتی متر از طناب را

در بریم. در مرحله دوم، طناب ۲۸۵ سانتی متری را داریم که ۱۵ سانتی متر از آن را می بریم. در مرحله سوم،

طناب ۲۷۰ سانتی متری را داریم که ۱۵ سانتی متر از آن را می بریم و به همین ترتیب ... در مرحله  $n$  ام،

طناب  $315 - 15n$  سانتی متری را داریم که ۱۵ سانتی متر از آن را می بریم:

$$\frac{15}{315-15n} > 30\% \Rightarrow \frac{1}{21-n} > \frac{3}{10} \Rightarrow 21-n < \frac{10}{3} \Rightarrow n > 17,6$$

نابراین، کمترین مقدار  $n$  که در ناصی فوق صدق می کند، برابر ۱۸ خواهد بود.

آئیہ درمتی آمدہ این اک کہ اینہ کارمندان شرکت بر روی وظایف خود، کنترل داشتہ باشند و از استقلال نسبی در کار برخوردار باشند، بہ افزایش بہرہ وری و خلاقیت ہم لگ می کنند۔  
 باقی ترمینہ امور در پیش قرار گرفته است کہ معنی مذکور را تصحیف کند۔ سہا ترمینہ شماره ۲، می تواند

این کار را ای [دھد] بر طبق این ترمینہ در خصوص برخی از کارمندان، گفت کنترل بودن (عدم وجود استقلال در کار) می تواند بہرہ وری بہتری را ای د نماید (مخالفت صریح با معنی)۔ در خصوص سہ ترمینہ ۵:

- ✓ ترمینہ شماره ۱، نامربوط یا خنثی می باشد۔ بہ عبارت "شرکت های بزرگ" در این ترمینہ توجہ کنند۔
- ✓ ترمینہ شماره ۳؛ تنوع عملکرد و وظایف کاری کارکنان، نسبت بہ معنی بے ارتباط می باشد۔
- ✓ ترمینہ شماره ۴، نامربوط یا خنثی می باشد۔

در این تک به دنبال مفروضه بنیان هستیم. مفروضه آن چیزی است که باید وجود داشته باشد تا معنی، مورد پذیرش قرار بگیرد، یعنی وجود آن برای پذیرش معنی، انفرادی است. تنها گزینه شماره ۳، مفروضه معنی است. لازم پذیرش معنی مذکور این است که طبقه بندی آن بنا به درجه احاسی و منطقی، معبر و از لحاظ علمی قابل قبول باشد. در خصوص سایر گزینه ها:

✓ گزینه شماره ۱، نه نتیجه معنی است و نه مفروضه آن. به عبارت "ورژنی های بارز شخصی" و "خود آگاهی" در این گزینه توجه کنید.

✓ گزینه شماره ۲، با توجه به بیان محتاطانه آن ( می تواند ... گاه ... گاه ... عمل کنند )، می تواند نتیجه ای از معنی مذکور قلمداد شود و نه مفروضه آن.

✓ گزینه شماره ۴، نه نتیجه معنی است و نه مفروضه آن. این گزینه که می گوید: "برخی مشکلات با قابل مدیریت هستند"، شامل خطای تضاد است. اضافه است.

بر طبق گزارش هیئت شای شهر «اف»، درآمد متوسط سالانه انجمنی این شهر در سال گذشته،

۵۰ درصد افزایش داشته است. مسئولین یک انجمن با اعلام افت ۲۰ درصدی درآمد خود در سال

گذشته، صحت گزارش هیئت شما را زیر سوال برده اند. یائنی گزینه ای مورد پرسش قرار

گرفته که <sup>نظر</sup> مسئولین انجمن مذکور در باره زیر سوال بردن گزارش هیئت شما را به مجالس

نکشد. در گزینه شماره ۲، <sup>این واقعیت</sup> اشاره شده که میانگین تعدادی داده عددی <sup>میان آن</sup> <sup>بعضی</sup> که

داده ای آماری، <sup>ز آن</sup> پایین تر قرار گیرند. در حالت کلی نیز در این پیرامون از داده های شرکت کننده

در میانه میانگین، <sup>از</sup> خود میانگین <sup>میان آن</sup> انحراف مثبت، متقی یا صفر داشته باشند که البته مجموع این

انحرافات، همواره برابر صفر باشد. بنابراین افت ۲۰ درصدی درآمد انجمن مذکور عملاً نمی تواند گزارش

هیئت شما را زیر سوال ببرد. در خصوص سایر گزینه ها:

✓ گزینه شماره ۱، عملاً تضاد <sup>عدم صحت</sup> مسئولین انجمن در باره گزارش هیئت شما را تقویت می کند!

✓ گزینه شماره ۳، <sup>بالای</sup> بیانگر <sup>بالاتر</sup> کیفیت گزارش مذکور است باشد و در خصوص آمار اعلام شده، عمده <sup>موضوعی</sup> را

ایضا ذکر کرده است (مستوی باشد). <sup>و مجالس صورت گرفته</sup>

✓ گزینه شماره ۴، در خصوص آنچه درستی آمده و مورد پرسش قرار گرفته، نامربوط یا غلطی می باشد.

مریم می گوید: رستوران می که خدمات غذایی بیرون بر دارند، از آنهایی که این خدمات را ندارند،

خیلی بخر هستند و اگر دکت او بود، عمای این رستورانها را تعطیل می کرد. می نقد حمیده با

در رستورانهای گران رفاقت خدمات غذایی بیرون برها

استدلال مریم از این جنبه است که ممکن است بعضی (دختری) صرفاً خود حضور در رستوران

و صرف غذا در رستوران را دکت داشته باشند، یعنی در واقع نظر حمیده این است که نمی توان

عمای رستورانهای دارای خدمات بیرون بر را بر آنهایی که فاقد این خدمات هستند، برتری داد،

چون این ترجیح به نظر شخصی افراد بستگی دارد و از نظر او، دختری که بر خدمت مریم صرف

غذا در خود رستوران را ترجیح می دهد. به عبارت دیگر، حمیده با تعمیم اغراق آمیزی که مریم در

استدلالش بکار برده، مخالف است. در واقع استدلال مریم از نوع استدلال استغراقی (تعمیم غیر منطقی) است که حمیده با آن مخالف می باشد.

در استدلال مریم و نظر حمیده، رابطه علت و معلول را با رابطه استعلایی وجود ندارد (در گزینہ ۴)

شماره ۲۱). هم چنین، گزینہ شماره ۳ نمی تواند می نقد حمیده با استدلال مریم را بیان نماید،

(شخصی سازی و سبزش)

توجه کنید که عبارت "خود را نشان نده" در صحبت حمیده نشان می دهد که او با نظر شخصی مریم

می نقدی ندارد، صرفاً با تعمیم این نظر مخالف است.

سوال از نوع تکمیل منی می باشد. آنچه در منی آمده این است که: "افراد از نظر یو بای  
انرژی با بلندگو متفاوتند." در ادامه نیز مثال می در جهت تأیید این جمله کلی آورده شده است.

در پیر مثال به تفاوت سطح انرژی یا راهکارهای لازم در ای دانرژی در دو فرد یا دو حالت  
اشاره شده است: کارگر و کارمند، مدیر میا و مدیر ارشد، کارمندی که در دو بخش متفاوت  
سازمان کار می کند. جمله آنها می این است: در همین طور یک کارگر که در اثر کار با یک  
(مسئله ۳) (مسئله ۱۱) (مسئله ۲)

دستگاه در یک شهر احساس حسنی می کند، امکان دارد ... آنچه در ادامه میاید، نعم اعمال  
این شرایط است. برای مثال: "امکان دارد در حنی کار با دستگاه دیگری در حنی شهر  
که با توجه به مثال می قبلی می بایست حکایت از شرایط مناسبی داشته باشد،

بدون احساس حسنی کار کند و یا "امکان دارد در شهر دیگری با همان دستگاه  
بدون حسنی مدیرهای  
زیادی کار کند" (نرینه شماره ۱۵).

سایر نرینه که نمی تواند جای خالی در منی را کامل کند و بر حنی رد می شوند.



بر طبق متن، وقتی کارکنان جملہ "من نمی توانم این کار را انجام دهم" را بر زبان می آورند، آنها تحمل به این دارند که از کار خود دست بکشند و یا حداقل آنکه، آن کار را با دودل انجام دهند. این امر نیز به دلیل فقدان اعتماد به نفس می باشد که علت این نیز به این خاطر است که انتظارات غیر واقعی و حجم کار بالا وجود دارد و سطح آموزش پایین است.

متن علت موارد <sup>این</sup> اخیر را نیز به آنچه می نداشتن مدیران نسبت به اهمیت حاله (مدیریت نادرک) <sup>یا توجه به گزینہ های مختلف</sup> مربوط می داند. بنابراین جواب گزینہ شماره ۱ خواهد بود.

در متن از شروع سندروم !! اعتماد به نفس، <sup>صحتی نه همان نامه اک (در گزینہ شماره ۲)</sup>

اینکه آموزش کافی و مطلوب در جنبه سازمانی وجود ندارد از همین استنتاج می شود، و نه سود مدیریت <sup>و یا در این باره سود مدیریت وجود دارد</sup>

در آموزش سلسله مراتب اداری چیزی است که در متن در خصوص آن بحث نشده است (رد)

گزینہ شماره ۳۵. "شروع فرآیند فرسایش اینا می از فقدان آموزش نیز در متن جای ندارد (در گزینہ شماره ۴).

نکته: عبارت "توجه به ویژگیان" که در <sup>در نامه مربوطه</sup> بخش استدلال منطقی بدان اشاره شد، را بخاطر

آورید. در واقع پرسش گزینہ ۲، ۳ و ۴، با استناد به این عبارت و ویژگیان خاص بکار رفته در آنها،

رد می شوند.

سوال "ارزیابی درسی استدلال یا نتیجه گیری" همان <sup>پس</sup> تحت "مفروضه سوائی" می باشد.

یعنی در اینجا می بایست به دنبال مفروضه منی باشیم و آن را بصورت سوائی بیان می کنیم.

البته دقت کنید که در این تحت سه تا از گزینه ۴ <sup>این</sup> اولون اند،

یعنی مفروضه منی هستند که ظاهراً بررسی دارند و هر فایده ای از گزینه ۴، این ویژگی را ندارد که جواب نه <sup>تحت</sup> یعنی

گزینه خواهد بود. مفروضات این منی عبارتند از:

✓ افزایش سود مسوول فروش <sup>به علت</sup> <sup>نیجتها</sup> <sup>بیشتر</sup> هرگز و مصرف بیشتر مشتریان اکس. (گزینه شماره ۱)

✓ عادت دستور العمل های اولیه <sup>در ایام زندگی سالم تر برای شهروندان موثر اکس.</sup> <sup>عملیات آن دهنده</sup> (گزینه شماره ۲۵)

✓ نظر سنجی صورت گرفته <sup>نظر کل جمعیت شهر می باشد.</sup> (گزینه شماره ۴)

بنابراین، سوابق مطرح شده در هر یک از گزینه های شماره ۱، ۲، ۳، برای ارزیابی درسی نتیجه گیری منی، ضرورت دارند. با وجود این، این عادات عادات مردم شهر <sup>این</sup> در ده سال پیش، با اصول درک تقدیم <sup>این</sup> هم همد بوده اکس

یا نبوده اکس، مفروضه استدلال منی نمی باشد (گزینه شماره ۴).

سوال از نوع "در جمله زیر خط دار" می باشد. در جمله زیر خط دار اول، به یک راهکار (تولیف استراری)

برای کب مرفعت در شرط <sup>خاص</sup> یک (رکود امتقادی) اشاره شده است. در ادامه

با ارائه مثال این راهکار <sup>به توضیح بهتر</sup> می پردازد. در جمله زیر خط دار دوم، عملاً همان جمله اول تکرار شده است.

با توضیحات فوق، بنظر می رسد جواب تک گزینه شماره ۲ باشد. در خصوص سایر گزینه ها:

✓ گزینه شماره ۱: جمله زیر خط دار اول نیست <sup>مثنی</sup> یک می باشد، در ضمن جمله زیر خط دار (دوم)، اولی را تقدیل نمی کند.

✓ گزینه شماره ۳: در جمله زیر خط دار <sup>اول</sup> مثال ارائه شده است. در ضمن جمله زیر خط دار (دوم)، اولی را استرطی نمی کند، بلکه هرگاه آن را تکرار می کند.

✓ گزینه شماره ۴: در جمله زیر خط دار اول به بیان یک راهکار برای یک شرط خاص می پردازد شده است، بنابراین اینک اول، بیان یک معضل است، قابل قبول نیست.

در ماه نثرینه

آنچه در سنی آمده این است که از آنجا که کاهش ساعات کاری در فرودگاه واقع در مرکز شهر «الف»

(فرودش فوق العاده)

منجر به موقعیت این فرودگاه شده است، پس می بایست در سایر فرودگاهها نیز این سیاست

اعمال گردد. واضح ترین خطای این استدلال این است که ممکن است میان این فرودگاه و

سایر فرودگاهها تفاوت (های) وجود داشته باشد، که عملاً باعث شود اعمال این سیاست در آنها، بر خلاف

فرودگاه مذکور دیگر کارساز نباشد (نثرینه شماره ۱).

سایر نثرینه ۴، بنا بر خطای استدلال مدیر مذکور نیستند و بر اجتناب از آن می توانند.

NogamCenter

سوال از نوع "توجهی" می باشد. می دانیم در سوال توجهی، به دنبال یافتن گزینه ای هستیم که دو ویژگی داشته باشد: اولاً آنکه در معنی آمده را زیر سوال نبرد، یعنی با آن نمی گفتند و ثانیاً نتیجه غیر مستقراً یا تضاد یا تناقض ظاهری موجود در معنی را بر طرف نماید.

آنچه در معنی آمده این است: غذای مردم کُور «الف» در مقابل با مردم کُورهای دیگر، دو برابر چرب تر است. مطابقت در شکل نیز موید ارتباط <sup>معناداری</sup> بین رژیم های غذایی پر چرب و ابتلا به بیماری های قلبی - عروقی می باشد. با وجود این، شیوع این بیماری در کُور «الف»، نسبت به سایر کُورها، نصف است. تنها گزینه ای که می تواند این تناقض ظاهری را بر طرف نماید، یعنی هر دو ویژگی ذکر شده در ابتدای پاسخ این سوال را در بر دارد، گزینه شماره ۳۵ می باشد. بر طبق این گزینه نیزان غذای مهره مردم کُور «الف»، یک سوم مردم سایر کُورها است. در وقت کنند که این گزینه معنی را زیر سوال نمی برد (با معنی مخالف نمی کند)، بلکه با استناد به این که نیزان غذای مهره مردم این کُور، کمتر از سایر کُورها است، محتمل است که می تواند نیزان مهره چرب <sup>و غذای پر چرب</sup> مردم این کُور نیز در مقابل با مردم کُورهای دیگر کمتر خواهد بود. بدین ترتیب در نتیجه نهایی ارائه شده در معنی، غیر مستقراً می باشد. در خصوص سایر گزینه ها:

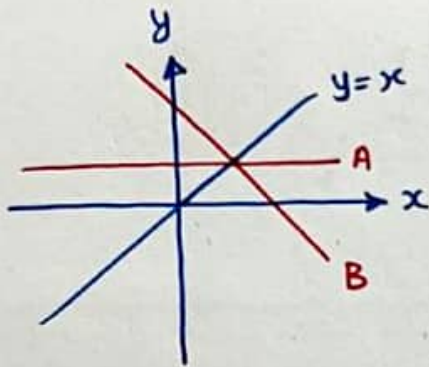
✓ گزینه شماره ۱، رد می شود زیرا تناقض موجود در معنی را بر طرف نمی کند.

✓ گزینه شماره ۲۵، رد می شود زیرا با معنی مخالف می کند. این گزینه جمله انتهایی معنی را زیر سوال می برد.

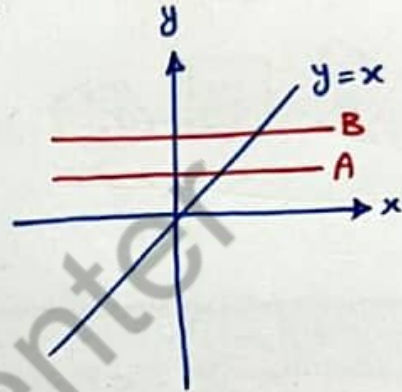
✓ گزینه شماره ۴، رد می شود زیرا تناقض موجود در معنی را بر طرف نمی کند.

به دو مثال زیر وقت کنید. این دو مثال، در هر دو دوره شماره ۱ و ۲، صدق می کنند و به دو جواب متفاوت منجر شوند:

مثال ۱:



مثال ۲:



"بله" : پاسخ

"خیر" : پاسخ

توجه کنید که این سوال، از نوع سوال‌های باینری است، سوال‌های دو جوابه (دو حالت): "بله"، "خیر".  
 یک از تولید‌های مربوط به یکس کفایت داده، همین است: چنانچه بتوان دو مثال یافت که

پیریکاز

در داده‌ها، به نهایی یا هر دو داده هم، صدق کنند و به دو جواب مختلف منجر شوند، آن داده یا

داده ناکافی است.

فاصلہ شہر کی «الف» و «ب» را با  $L$  نشان می دهیم. در بیل مکانیکی، یکی به نام  $X$  از شہر «الف» به سمت شہر «ب» و دیگری به نام  $Y$  از شہر «ب» به سمت شہر «الف»، همزمان شروع به عملیات جالہ کنی می کنند.  $Y$ ،  $1.5$  برابر  $X$ ، کاری کند (جالہ کنند). مقدار  $L$ ، مورد پرسش قرار گرفته است.



داده شماره ۱: زمانیکه اولی بیل به وسط <sup>نقطه</sup> می رسد، یعنی  $Y$ ، به اندازه  $\frac{L}{2}$  میرا طی کرده است، بدین ترتیب  $X$ ،  $\frac{L}{2} = \frac{L}{3}$  میرا طی کرده است. پس:

$$\frac{L}{2} + \frac{L}{3} + 60 = L \xrightarrow{\text{حل}} L = 360$$

بنابراین، داده شماره ۱، کافی است.

داده شماره ۲: زمانیکه در مجموع، نصف فاصلہ بین دو شہر جالہ کنی شده، یعنی بیل  $X$  به اندازه  $l$ ، بیل  $Y$  به اندازه  $1.5l$ ، از بیل  $X$  طی کرده است:

$$l + 1.5l = \frac{L}{2} \Rightarrow l = \frac{L}{5}$$

بدین ترتیب:

$$1.5l - l = 360 \xrightarrow{l = \frac{L}{5}} \frac{L}{10} = 360 \Rightarrow L = 3600$$

بنابراین، داده شماره ۲، کافی است.

۱۴۳- گزینہ (۴)

بہ دو مثال زیر توجہ کنید۔ پھر دو مثال در دائہ کی شماره ۲، ۱، ۵ صدق می کنند و ب دو جواب مختلف منگری شوند.

مثال ۱:

$$\begin{array}{ccccc} ۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵ \\ \hline & \text{قرمز} & \text{قرمز} & \text{قرمز} & \text{آبی} \\ \hline \text{آبی} & & & & \end{array}$$

در این مثال، عدد ۵ روی کارت آبی رنگ نوشته شده است.

مثال ۲:

$$\begin{array}{ccccc} ۱ & ۲ & ۳ & ۴ & ۵ \\ \hline & \text{آبی} & \text{قرمز} & \text{آبی} & \text{قرمز} \\ \hline \text{قرمز} & & & & \end{array}$$

در این مثال، عدد ۵ روی کارت قرمز رنگ نوشته شده است.

بنابر این، پاسخ نکت گزینہ شماره ۴ خواهد بود.



۱۴۴ - گزینه ①

مجموع اعدادی که در خانه‌های F و J قرار گرفته‌اند، مورد پرسش واقع شده است.

داده شماره ۱: به دو مثال زیر توجه کنید. پرده مثال در داده شماره ۱، صدق کنند به دو جواب مختلف

منگنه شوند.

مثال ۱:

	۱		
	۴		
	۳	۴	
	۲		

در این مثال:

$$F + J = 4 + 3 = 7$$

مثال ۲:

	۱		
	۲		
	۳	۴	
	۴		

در این مثال:

$$F + J = 2 + 3 = 5$$

بنابراین، داده شماره ۱، به نهایی گانه نمی باشد.

داده شماره ۲: اعداد واقع در چهار گوشه جدول، فرد هستند (۱ یا ۳). بنابراین دو عدد قرار گرفته

سین پرده مربع گوشه (افقی یا عمودی) می باشد زوج باشند. <sup>(۳ یا ۱)</sup> پس ترتیب چهار عدد واقع شده

در مربع وسطی لزوماً فرد هستند، دقت کنید در عدد فرد و در عدد زوج داریم. بنابراین:

فرد	زوج	زوج	فرد
زوج	فرد	فرد	زوج
زوج	فرد	فرد	زوج
فرد	زوج	زوج	فرد

$$\{F, J\} = \{1, 3\} \Rightarrow F + J = 4$$

بنابراین، داده شماره ۲، گانه است.

تعداد تخم مرغ های سفید، قهوه ای و جابجای خانه در این شانه عوای ۵ x ۵ را ترتیباً  
 x, y, z شانه ۳<sup>م</sup> :

$$x + y + z = 25 (*) \quad , \quad x, y, z \in \mathbb{N}$$

سوال این است : آیا z، زوج است؟ ، دقت کنید که سوال، باینری است، دو جواب: "بله" و "خیر".  
 داده شماره ۱:

$$x = 5y$$

با جایگذاری معادله فوق در (\*) :

$$6y + z = 25 \Rightarrow z = 25 - 6y$$

پس z، عددی فرد خواهد بود (پانچ سوال = "خیر") و جواب بله نخواهیم داشت.

داده شماره ۲:

$$\frac{x-3}{y-3} = \frac{1}{3} \quad \& \quad \frac{3}{1}$$

دو حالت زیر را خواهیم داشت. در حالت اول:

$$\frac{x-3}{y-3} = \frac{1}{3} \Rightarrow y = 3x - 6$$

با جایگذاری معادله فوق در (\*) :

$$z = 21 - 4x$$

در این حالت z، عددی فرد خواهد بود.

در حالت دوم:

$$\frac{x-3}{y-3} = \frac{3}{1} \Rightarrow x = 3y - 6$$

با جایگذاری معادله فوق در (\*) :

$$z = 21 - 4y$$

در این حالت z، عددی فرد خواهد بود.

بنابراین در هر دو حالت z، عددی فرد خواهد بود (پانچ سوال = "خیر") و جواب بله نخواهیم داشت.

۱۴۶ - گزینه ۴

با در نظر گرفتن پرورد داده :

$$x = y = 3z, \quad z \text{ عددی فرد است}$$

به دو مثال زیر توجه کنید. پرورد مثال در داده های شماره ۱، ۲، صدق می کنند و به دو جواب مختلف منتهی

می شوند.

مثال ۱:

$$z=1, x=y=3 \Rightarrow ? = \frac{x^2 y}{z+2} = \frac{27}{3} = 9 \in \mathbb{N}$$

در این مثال، پاسخ سوال، "بله" می باشد.

مثال ۲:

$$z=3, x=y=9 \Rightarrow ? = \frac{x^2 y}{z+2} = \frac{729}{5} \notin \mathbb{N}$$

در این مثال، پاسخ سوال، "خیر" می باشد.

بنابراین، جواب تک گزینه شماره ۴ خواهد بود.

۱۴۷ - گزینه (۲)

تعداد سکه های ۲۵ تومانی قرار گرفته در جیب سمت راست و همچنین در جیب سمت چپ را ترتیب با R و L نشان می دهد. مقدار L، مورد پرسش قرار گرفته است.

داده شماره ۱۵:

$$R + 0,4L = L - 0,4L + \frac{200}{25}$$

با ساده کردن معادله فوق:

$$R = 0,2L + 8 \Rightarrow 5R = L + 40$$

واقع است که داده شماره ۱۵، به تنهایی کافی نمی باشد.

داده شماره ۲۵:

$$\frac{R-6}{R+L-12} = 0,2$$

با ساده کردن معادله فوق:

$$0,18R = 0,2L + 3,6 \Rightarrow 4R = L + 18$$

واقع است که داده شماره ۲۵، به تنهایی کافی نمی باشد.

هر دو داده با هم:

با در اختیار داشتن هر دو داده، یک دستگاه دو معادله دو مجهول خطی خواهم داشت. در میان ماژیس

ضرایب را می سنجیم:

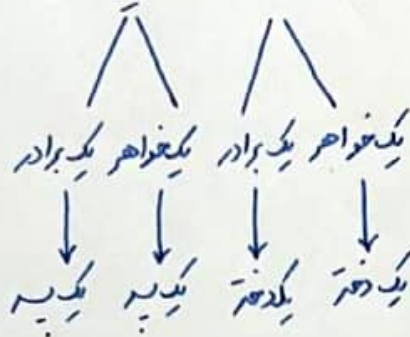
$$\begin{array}{cc|c} R & L & \\ \hline 5 & 1 & \\ \hline 4 & 1 & \neq 0 \end{array}$$

مقدار در میان، مخالف صفر می باشد، بنابراین برای R و L، جواب یکتا خواهم داشت. همچنین (جهت اطمینان از صحت بودن جوابی که بدست آمده برای R و L)

نیازی به حل دستگاه مذکور نمی باشد، زیرا شد بین ۵ و ۴ جواب، همواره فرض بر صحت سوال است و وجود جواب یکتا را می پذیریم. در هنگام

از اطلاعات خود سوال :

مهدی و مریم، زن و شوهر هستند.



تعداد فرزندان مهدی و مریم، مورد پرسش قرار گرفته است.

داده شماره ۱: دختر عمه نوه مادر زن مهدی، خواهر ندارد.

حالت اول

مریم

"نوه مادر مریم"، یا فرزند مریم است یا فرزند خواهر مریم یا فرزند برادر مریم (سه حالت). هر حالت را بررسی می‌کنیم:

حالت سوم

حالت دوم

حالت اول

حالت اول: "دختر عمه فرزند مریم"، خواهر ندارد؛ این نوزده در یک صعب است، زیرا خواهر مهدی، صرفاً

خواهر مهدی

یک دختر دارد. بنابراین، نمی‌تواند خواهر داشته باشد.

دختر خواهر مهدی

حالت دوم: "دختر عمه فرزند خواهر مریم"، خواهر ندارد؛ این نوزده اطلاعی در خصوص تعداد فرزندان مهدی و مریم  
بدست نمی‌دهد.

حالت سوم: "دختر عمه فرزند برادر مریم"، خواهر ندارد؛ این نوزده صرفاً در موردی صعب است که مریم

مریم یا خواهر مریم

دقیقاً یک دختر داشته باشد. دقت کنید که خواهر مریم، فقط یک پسر دارد و دختر ندارد.

ادامه ۱۴۸ - ممکن است بریک از سه حالت مذکور، مدنظر طراح نت باشد. حالت اول، یک اطلاع برسی است.  
 - حالت دوم، عمده اطلاعی درباره تعداد فرزندان مهدی درم بدست نمی دهد. در حالت سوم، تقسیم می شود، مردم مهدی  
 یک فرزند دختر دارند، البته در این حالت در خصوص تعداد فرزندان پس مردم مهدی اطلاعی ارائه نشده است.  
 در هر صورت و قطعاً یک کوزه داده، به نهایی ناکافی است.  
 داده شماره ۲۵: خواهرزاده عموی یکی از فرزندان مردم، دو پس دای دارد.

برادر مهدی

خواهرزاده برادر مهدی، همان خواهرزاده مهدی است یا در واقع همان دختر خواهر مهدی. بنابراین،  
 این نژاده عمده یعنی دختر خواهر مهدی، دو پس دای دارد. از آنجا که برادر مهدی، فقط یک دختر  
 دارد، پس دو این پس، متعلق به مهدی هستند، یعنی مهدی و مردم، دو پس دارند.

این دلله، تعداد فرزندان پس مهدی و مردم را معلوم می کند و در باره تعداد فرزندان دختر آنها، اطلاعی  
 بدست نمی دهد. پس این دلله، به نهایی ناکافی است.

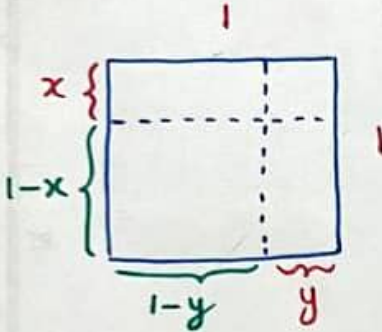
هر دو دلله با هم: با توجه به بحث های ارائه شده فوق، با در اختیار داشتن هر دو داده

تعداد فرزندان پس مهدی و مردم قطعی است (۲)، و در خصوص تعداد فرزندان دختر آنها نمی توان به صورت  
 قطعی اظهار نظر کرد (سه حالت مربوط به داده شماره ۱۵)، پس پاسخ نت نیز به شماره ۴۷ باشد.

البته چنانچه تنها حالت سوم را مدنظر بگیریم، تعداد فرزندان دختر مهدی و مردم را نیز خواهیم دانست  
 احتمالاً طراح نت، در خصوص داده شماره ۱۵، تنها به این حالت توجه داشته است. اما، در این صورت  
 جوابی نت، نیز به شماره ۲۵ خواهد بود.  
 یادداشت: کلید سازمان پیش، برای این نت، نیز به شماره ۲ بوده است!

۱۴۹ - گزینه ۳

طول پرصنغ فرعه مربع شکل را برابر واحد در نظری ترمیم :



مقدار نسبت زیر، مورد کسب قرار گرفته است :

$$R_x = \frac{x \times y}{1 \times 1} = x \times y$$

داده شماره ۱۵ :

$$\begin{cases} x \times 1 = 40\% \times 1 \times 1 \\ x = y \end{cases} \Rightarrow x = 0,4$$

ازت وی ادل، مقدار  $x$  و از درمی، مقدار  $y$  بدست می آید :

$$x = 0,4 \Rightarrow y = 0,4$$

بنابراین، داده شماره ۱، کافی است.

داده شماره ۲ :

$$\begin{cases} (1-x) \times (1-y) = 36\% \times 1 \times 1 \\ x \times 1 = y \times 1 \end{cases} \Rightarrow (1-x) \times (1-y) = 0,36$$

با جایگذاری  $x=y$  در اول، مقدار  $x$  و  $y$  را خواهیم داشت :

$$x = y = 0,4$$

بنابراین، داده شماره ۲، کافی است.

۱۵۰ - گزینه ①

شعاع هر یک از دایره های کوچک بزرگ را بر تیب با  $r$  و  $R$  نشان می دهیم. نسبت مساحت دایره بزرگ به مساحت دایره کوچک، مورد پرسش قرار گرفته است:

$$? = \frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \left(\frac{R}{r}\right)^2$$

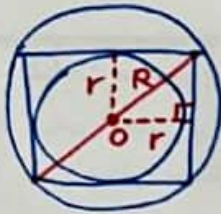
بنابراین، عملاً به دنبال یافتن نسبت طول شعاع دو دایره هستیم.

داده شماره ۱:

$$2\pi R = 2\pi r + 2\pi \Rightarrow R = r + 1$$

واقع است که داده شماره ۱، به تنهایی کافی نمی باشد.

داده شماره ۲: شکل زیر را خواهم داشت:



باتوجه به شکل فوق:

$$r^2 + r^2 = R^2 \Rightarrow \sqrt{2}r = R \Rightarrow \frac{R}{r} = \sqrt{2}$$

بنابراین، داده شماره ۲، کافی است.

نکته: این تست، مصداق نکته "مربوط به تست های تفیته داده هندسه می باشد.

سوال در خصوص یک شکل دو دایره است و مقدار نسبت دو فرد هم بعد (طول به طول) مورد پرسش

قرار گرفته است. داده شماره ۱، یک اطلاع جدید است و نسبت دو فرد هم بعد را ارائه نمی دهد،

پس ناکافی است. داده شماره ۲، یک اطلاع جدید است و مقدار نسبت دو فرد هم بعد را

بزرگ می دهد، پس کافی است.



در سوال "موضوع اصلی منی" می‌تند سوال "عنوان منی"، می‌بایست با استفاده از دید کلی نسبت به منی، ترمیم ای را که بهترین شمولیت (در بردارندگی) را ارائه دهد، انتخاب نمائیم. منی شامل دو پاراگراف است، پاراگراف اول اینگونه شروع می‌شود: "اگرچه توافق جامعی در زمینه تعریف بیت مدرنیم وجود ندارد..." پس از آن به ارائه توضیحاتی در خصوص این پارادایم می‌پردازد. در ادامه به نقش این پارادایم در حوزه بازاریابی اشاره می‌کند: "حای تعجب نیست که این پارادایم، در بازاریابی نیز مورد توجه قسمت اندک اما رو به رشدی از دانش‌پژوهان حوزه بازاریابی قرار گرفته باشد..." در پاراگراف دوم نیز به اثر این پارادایم بر تبلیغات (نسبی از بازاریابی) پرداخته شده است: "«چرخش بیت مدرن» در حوزه بازاریابی، اثر زیادی بر تبلیغات در زمینه تبلیغات نداشته است." بنابراین موضوع اصلی منی را می‌توان همان چیزی دانست که در ترمیم شماره ۴ آمده است: "تأثیری بر تبلیغات با رویکرد بیت مدرنیم." در خصوص سایر ترمیم‌ها:

✓ ترمیم شماره ۱، رد می‌شود. توجه کنید که در منی معایب ای صورت نگرفته است: معایب بیت مدرنیم

در حوزه دانش‌پژوهی تبلیغات تجاری.

✓ ترمیم شماره ۲۵، رد می‌شود. دیدگاه‌های مختلف و مکمل در رابطه با بیت مدرنیم در منی سطح زوجه است.

✓ ترمیم شماره ۳، رد می‌شود. در خصوص تأثیر بیت مدرنیم بر آموزش، توضیحی در منی ارائه نشده است. هم‌چنین

بخش تولید در منی مورد اشاره قرار نگرفته است.

نکته: یک اثر تبلیغاتی کاربردی در حل تئوری بخش درک مطلب، مهارتی است که عنوان "دوره مشکل‌دله"، این مهارت را اینگونه بیان می‌کند: استفاده یک‌گانه در یک ترمیم در جهت رد آن ترمیم. دقت کنید که هر یک از ترمیم‌های شماره ۱، ۲، ۳ و ۴، شامل چنین واژه‌هایی می‌باشند: معایب (ترمیم شماره ۱)، مکمل و مکمل (ترمیم شماره ۲)، آموزش و تولید (ترمیم شماره ۳).

در باره آثار دوم آمده است: "اگرچه در مطالعات گذشته، بر مواضع نظری تقلید شده مانند تلفظ شناسی، ساختارگرایی و درسی‌گرایی تأکید شده است..."، بنابراین می‌توان گزینہ شماره ۳ را پذیرفت: "برخی مطالعات در این حوزه، قائل به تقلید تلفظ شناسی، ساختارگرایی و درسی‌گرایی بودند." به کلمه برخی در عبارت این گزینہ نیز توجه کنید (واژه احتیاط آمیز)، وجود این کلمه در گزینہ، شانس جواب بودن گزینہ مورد نظر را افزایش می‌دهد.

گزینہ ۴ی شماره ۱۴، از منی بدگت غی آیند و براستی ردی شوند. در خصوص گزینہ شماره ۲۵، در منی آمده است: "با توجه به تعلقات همچون «صدای چند گانه» و «روش ۴ی گشت‌گر».

چهار جواب ۴ی متنوعی در کتبات حوزه تعلقات ارائه شده است، هنی. بنابراین «انکه بت مدرنم به رشد این تعلقات <sup>منجوشده</sup> باشد، از منی بدگت غی آیند.

سوال از نوع "مرجع غیر" ہے باشد۔ درمنی آمده اک: "حبابی تعجب نیست کہ این بارادام، در

بازاریاے نیر مورد توجه قسمت اندک اماروہ پرشکی از دانشکاهیان حوزه بازاریاے کرار گزینہ باشد۔

مطالعات مختلفی در دو حوزه از بازاریاے در سطح آکادمیک اینا ۲ شہ اک۔ گزینہ از آنان بہ دنبال

آوردن نظریات مدرن درون حوزه ہی بازاریاے و ... بودند ... ، بنا بر این مرجع غیر "آنان" بخشی از

دانشکاهیان حوزه بازاریاے اک کہ بہ پارادایم بیت مدرنیم علامت مند شدہ و بہ آن توجه نشان دلاہ اند۔

بدین ترتیب، جواب گزینہ شماره ۲ ہے باشد۔ مطالعات مختلفی در دو حوزه بازاریاے در سطح آکادمیک اینا ۲ شہ اک۔ گزینہ از آنان،

گزینہ شماره ۱، ممکن اک شہہ برائیلر باشد وک با اندک دقت می توان آن را بہ سادگی کنار گذاشت۔

دقت کنید کہ در عبارت گزینہ، هیچ اشارہ ای بہ این دانشکاهیان علامت مند یا طرفدار پارادایم بیت مدرن

بودہ اند یا بہ آن توجه دلاہ اند، شہ اک !!، گزینہ ہی شماره ۳ و ۴ نیز براحتی رد می شوند۔

۱۵۴ - نمره ۳



۱)  $2x + 1$  ...  
 ۲)  $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} = \frac{2}{1-x^2}$  ...

۳)  $\frac{1}{1+x^2}$  ...

۴)  $\frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{(1+ix)(1-ix)}$  ...  
 $\frac{1}{1+x^2} = \frac{A}{1+ix} + \frac{B}{1-ix}$  ...  
 $1 = A(1-ix) + B(1+ix)$  ...  
 $1 = A + B - iAx + iBx$  ...  
 $1 = (A+B) + i(B-A)x$  ...  
 $A+B = 1$  ...  
 $B-A = 0$  ...  
 $A = B = \frac{1}{2}$  ...  
 $\frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1+ix} + \frac{1}{1-ix} \right)$  ...

NogamCenter

سوال از نوع "مکان" یا به جمله مورد نظر "باشد". جمله مورد نظر را با لعم مرر می کنیم: "لذا

این رو بگوید، یک موضع روشن شناختی و معرفت شناختی را برای درک بهتر رفتار و فعالیت مصرف کننده

ارائه دهد." <sup>واقعاً آنکه</sup> این جمله می بایست در مکانی از معنی قرار گیرد که قبل از آن رو بگوید یا روش

در خصوص درک و تحلیل رفتار مصرف کننده ارائه شده باشد، بدین ترتیب تنها مکان [۴] می تواند

محل مناسبی برای قرارگیری جمله مذکور باشد: "از نظر برخی محققان، در رو بگوید بیت مدرن، جهت گیری

و هدف رفتار مصرف کننده از یک منقلب به یک لذت تغییر کرده و در واقع، بیت مدرنم با مفهوم

«تغیر» در رفتار مصرف کننده در ارتباط است. [۴]

مکانهای مشخص شده با [۱]، [۲] و [۳] نمی توانند محل مناسبی برای قرار گرفتن

جمله مورد نظر باشند زیرا قبل از آنها، به رو بگوید مرتبط با رفتار مصرف کننده است اشاره نشده است.

هیچ  
یا روشی

۱۵۶۔ تزیینہ ⑤

"احیاناً" عربی اکے وہی تواند تونین بگرد.

"به منظور خود" یعنی "برای خود" و صصح ے باشد  
در این

NogamCenter

"اگر ... ، کن ... " ، مصدران خطای حشو اک ، الله "کن" در این شکل غلط مفهومی ترمیمی باشد.

"آمال" جمع "أصل" اک به معنی امید و آرزوی و صمیمی باشد.

NogamCenter

فعل "اتظا رقتن"، "اتظا ردتش" و نظایر اینها مانند برخورد در بودن، امید داشتن، امید وار بودن و ...

همواره با بابِ ما مضموم مشبَّه همراه شوند که در اینجا اینگونه نمونه اک (مطلوب)

"تَبْ كَرْدَه بُوْد و ... " صَعِيْ اَك . چنانچه این عبارت بصورت "تَبْ كَرْدَه و ... " می آید، غلط می بود

(کاربرد نادرک وجه وصفی). البته این عبارت بصورت "تَبْ كَرْدَه، ..."

نیز صَعِيْ می باشد.

NogamCenter



املائی "رفہ ای" بصورت "رفی" صحیح ہے باشد۔ دقت کنند کہ در واژه "رفہ"، «ها» ی پایانی واژه نادرک است، این واژه

ملفوظ ہے باشد و نہ قاعده صرف متصل تبعید می کند، یعنی در موارد لازم، پیوستہ بہ حرف بعد

نوشتہ می شود و در حالت اضافہ ظہرہ نمی نرود۔ مثلاً باید نوک "توجہم (و نہ توجہ ام) بہ او

جلب شد" یا "توجہ او (و نہ توجہ او) شد"۔

"مستطیر" صحیح می باشد، چنانکہ بجای این کلمہ، از واژه "قابل ملاحظہ" یا "قابل توجہ" استفادہ می شد،

نادرک بود۔

"روی برگرداندن" فعل صحیحی است (بہ معنای بے اعتنا بودن و احمق ندادن)۔

"به بهانه" می‌باید برای موضوعات، امور و موارد منفی بکار رود، برای مثال "به بهانه  
چولم مادر بزرگ، مراسمی را برگزار کرد"، کاربرد این واژه در معنای "به مناسبت" صحیح نمی‌باشد.

"به نیش ندادن" یا "به نیش گذاشتن" پر دو صیغ اند.

املا و نثر "بر نده" صحیح باشد.

NogamCenter

ریاضیات عمومی ۱ و ۲ (دوره فنی و مهندسی):

$$\sqrt{3} + i \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = 2 \\ \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \begin{cases} \theta = +\frac{\pi}{6} \\ \theta = -\frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

$$\sqrt{3} + i = r e^{i\theta} = 2 e^{i\frac{\pi}{6}}$$

$$\sqrt{3} - i = 2 e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

۲۴۶- چنانچه  $i^2 = -1$ ، حاصل عبارت  $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i}\right)^{10}$  کدام است؟

$$\left(\frac{2e^{i\frac{\pi}{6}}}{2e^{-i\frac{\pi}{6}}}\right)^{10} = \left(e^{i\frac{2\pi}{6}}\right)^{10} = e^{i\frac{10\pi}{3}}$$

(۲)  $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$   
(۴)  $\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$

(۱)  $\frac{1-\sqrt{3}i}{2}$   
(۳)  $\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$  ✓

$$= \cos \frac{10\pi}{3} + i \sin \frac{10\pi}{3} = -\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۲۴۷- حاصل جمع ریشه‌های معادله مختلط  $Z^2 - 4Z + 2Z + 2 = 0$  کدام است؟

$$x^2 - y^2 - 2xyi - 4(x - iy) + 2(x + iy) + 2 = 0$$

$$(x^2 - y^2 - 4x + 2x + 2) + i(-2xy + 4y + 2y) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 - 2x + 2 = 0 \\ -2xy + 6y = 0 \end{cases}$$

(۱) ✓ ۶  
(۲)  $2\sqrt{5}i$   
(۳)  $-2\sqrt{5}i$   
(۴) -۶

۲۴۸- مساحت تصویر متوازی الاضلاع ساخته شده توسط بردارهای  $\vec{OA} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  و  $\vec{OB} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  بر صفحه

برش اول  $\vec{N} = (2, 1, -2) \Rightarrow \|\vec{N}\| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3$

۲۴۹-  $2x + y - 2z = 5$  کدام است؟

$$\vec{OA} \times \vec{OB} = (1, 1, -1) \times (2, -1, 2) = (1, -4, 3)$$

(۲)  $\frac{5}{3}$   
(۴)  $\frac{7}{2}$

$$\frac{1}{3}(2 + (-4) + 6) = \frac{4}{3}$$

(۱) ✓  $\frac{4}{3}$   
(۳) ۳

$$\vec{S} = \frac{1}{3} \times (2, 1, -2) \cdot (1, -4, 3) = \frac{4}{3}$$

۲۴۹- فرض کنید  $f(x) = \cosh(\sinh^{-1} x)$  مقدار  $f(1)$  کدام است؟

(۲) ۱  
(۴)  $2\sqrt{2}$

(۱)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$   
(۳) ✓  $\sqrt{2}$

(راه حل در خبره صفحه)

۲۵۰- برد تابع  $f(x) = 2^x - [2^x + 4.7]$  کدام است؟

$$0 < (2^x + 4.7) - [2^x + 4.7] < 1$$

(۱)  $[-4.7, -4]$   
(۲) ✓  $[-4.7, -3.7]$   
(۳)  $(-5, -3.7]$   
(۴)  $(-4.7, -3.7)$

$$-4.7 < 2^x - [2^x + 4.7] < 1 - 4.7$$

$$-4.7 < f(x) < -3.7$$

۲۵۱- تعداد مجانب‌های تابع  $f(x) = \frac{3x^3 + 500x^2}{x^3 + 500x^2 + 100x - 2000}$  کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^3}{x^3} = 3$$

حظ ۳ جانب افقی تابع

(۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ✓ ۴  
(۴) ۵

مخرج حد اکثر ۳ ریشه دارد ← حد اکثر ۳ جانب قائم داریم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{1+x}}{(1+x)^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cdot x^x}{(1+x)^x}$$

۲۵۲- **مجانِب** منحنی  $y = \frac{x^{1+x}}{(1+x)^x}$  به ازای  $x > 0$  کدام است؟ **در واقع هیچ**  
**گزینه‌ای صحیح نیست**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{1+x}\right)^x = \left(\frac{x}{x}\right)^x = 1^\infty$$

$$x \left(\frac{x}{1+x} - 1\right) = e^{\left(\frac{-x}{2+1}\right) \cdot \frac{-x}{x}} = e^{-\frac{x}{3}} = e^{-\frac{x}{3}}$$

- y = 0 (۱)
- y = 1 (۲)
- y = ex (۳)
- y = 1/x (۴ ✓)

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot \left(\frac{x}{1+x}\right)^x = \infty \times \frac{1}{e} = \infty$$

۲۵۳- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1+3^x)}{\ln(1+2^x)}$  کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{x^{1+x}}{(1+x)^x}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^x}{(1+x)^x} = e^{-1}$$

- صفر (۱ ✓)
- ln ۳ (۲)
- ln ۲ (۳)
- +∞ (۴)

(حل در جزوه ضمیمه)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x+5}{2\sqrt{2+\sqrt{3-x}}} = \frac{-4+5}{2\sqrt{2+\sqrt{3-(-1)}}} = \frac{1}{2\sqrt{2+\sqrt{4}}} = \frac{1}{2\sqrt{2+2}} = \frac{1}{4}$$

۲۵۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2+5x+3}{2-\sqrt{2+\sqrt{3-x}}}$  کدام است؟

- ۸ (۱)
- ۱۶ (۲ ✓)
- صفر (۳)
- +∞ (۴)

۲۵۵- تابع  $f(x) = \begin{cases} e^{\lfloor x \rfloor}; & x < 1 \\ B & x = 1 \\ \frac{1}{x^{x-1}}; & x > 1 \end{cases}$  پیوسته است. کدام مقدار برای انتخاب a مناسب است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲ ✓)
- ۳ (۳)
- ۲/۱ (۴)

(حل در جزوه ضمیمه)

۲۵۶- فرض کنید تابع هزینه تولید x واحد از یک کالا به صورت  $C(x) = 10000 + 5x + 0.01x^2$  باشد. هزینه نهایی هنگامی که ۵۰۰ قطعه کالا تولید می‌شود، کدام است؟

$$C' = 5 + \frac{2}{100}x \Rightarrow 5 + \frac{2}{100}(500) = 15$$

- ۱۵ (۱ ✓)
- ۲۰ (۲)
- ۲۵ (۳)
- ۳۰ (۴)

۲۵۷- مماس‌های گذرا بر نمودار درجه سوم  $y(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  در نقطه‌های  $(-2, 6)$  و  $(2, 0)$  افقی هستند. مقدار  $4a + c$  کدام است؟

$$\begin{cases} 6 = -8a + 4b - 2c + d \\ 0 = 8a + 4b + 2c + d \end{cases}$$

از هر کدام کم کنیم

$$6 = -16a - 4c \xrightarrow{\div (-4)} 4a + c = -\frac{3}{2}$$

(توضیح بیشتر در جزوه ضمیمه)

- 3/2 (۱ ✓)
- 1/2 (۲)
- 1/3 (۳)
- 2 (۴)

۲۵۸- معادله حرکت نقطه‌ای در صفحه مختصات به صورت  $\begin{cases} x = 4 \sin t - 3 \cos t \\ y = 3 \sin t + 4 \cos t \end{cases} (0 \leq t \leq 2\pi)$  است. مقدار  $\frac{d^2y}{dx^2}$  در  $t = \frac{\pi}{2}$  کدام است؟

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\text{مشتق نسبت به } t}{\text{مشتق نسبت به } t} = \frac{3 \cos t - 4 \sin t}{4 \cos t + 3 \sin t}$$

$$y'' = \frac{d(y')}{dx} = \frac{\text{مشتق نسبت به } t}{\text{مشتق نسبت به } t} = \frac{(-3 \sin t - 4 \cos t)(4 \cos t + 3 \sin t) - (-4 \sin t + 3 \cos t)(4 \cos t + 3 \sin t)}{(4 \cos t + 3 \sin t)^2}$$

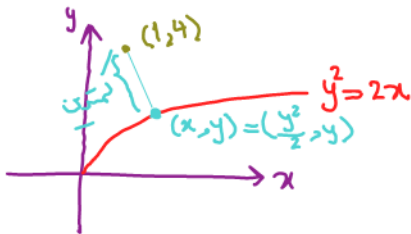
$$\Rightarrow \frac{-25}{27} \text{ at } t = \frac{\pi}{2}$$

- (۱)  $\frac{25}{27}$
- (۲)  $\frac{27}{25}$
- (۳)  $-\frac{25}{27}$  ✓
- (۴)  $-\frac{27}{25}$

۲۵۹- فرض کنید  $f(x) = \frac{(2x+1)^5(x^3+1)^6}{\sqrt{4x \cos x + 1}}$  مقدار  $f''(0)$  کدام است؟

(حل در جزوه ضمیمه)

- (۱) ۵۲ ✓
- (۲)  $26\sqrt{2}$
- (۳) ۲۶
- (۴) صفر



۲۶۰- نزدیک ترین فاصله نقطه  $(1, 4)$  از سهمی  $y^2 = 2x$  کدام است؟

$$d = \sqrt{\left(1 - \frac{y^2}{2}\right)^2 + (4 - y)^2} = \min$$

- (۱)  $\sqrt{15}$
- (۲)  $\sqrt{10}$
- (۳)  $\sqrt{6}$
- (۴)  $\sqrt{5}$  ✓

$$f(y) = \left(1 - \frac{y^2}{2}\right)^2 + (4 - y)^2 \Rightarrow f(y) = 1 + \frac{1}{4}y^4 - y^2 + 16 + y^2 - 8y$$

$$f(y) = \frac{1}{4}y^4 - 8y + 17 \Rightarrow f'(y) = 0 \Rightarrow y^3 - 8 = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow f(2) = 5 = \min \Rightarrow \min(d) = \sqrt{5}$$

۲۶۱- با استفاده از تقریب مرتبه اول (تقریب خطی)، مقدار تقریبی  $\frac{1}{\sqrt{3,98} \times \sqrt{1,02}}$  را محاسبه می‌کنیم، کدام عدد حاصل می‌شود؟

(حل در جزوه ضمیمه)

- (۱) ۰,۵۰۲۷
- (۲) ۰,۵۰۵۲
- (۳) ۰,۵۲۷۵ ✓
- (۴) ۰,۵۵۲۷

۲۶۲- اگر  $f(x, y) = \begin{cases} x \frac{y^3 - x^3}{x^3 + y^3} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$  مقدار  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$  کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} x \frac{-x^3}{x^3} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

- (۱) ۲
- (۲) صفر
- (۳) وجود ندارد.
- (۴) -۱ ✓

$$f(x) = \begin{cases} -x & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = -1$$

f: x^2/5 + y^2/3 - z^2 + 1 = 0

۲۶۳- معادله صفحه مماس بر هذلولی گون x^2/5 + y^2/3 - z^2 = -1 در نقطه (5, 3, 3) کدام است؟

2x - 2y - 2z + 2 = 0 (2) 3x + 2y - 6z - 2 = 0 (1)
x + y - 2z + 1 = 0 (4) x + y - 2z - 2 = 0 (3)

∇f = (2x/5, 2y/3, -2z)

∇f = (2, 2, -6) بردار نرمال معین

۲۶۴- اگر u = x^2y باشد، حاصل du/dx در نقطه (-1, 1) کدام است؟

u تابعی نسبت به x و y است. فقط x در این سوال مستعمل است. حساب x

-7 (1) ✓

-3 (2)

9/4 (3)

3 (4)

du/dx = 2xy + x^2y'

3x^2 + 3y^2y' + 2y + 2xyy' = 0 x=1, y=1 y' = -5

du/dx = -2 - 5 = -7 (روش دوم در جزوه همین)

۲۶۵- اگر z = y^2/3x + phi(xy) دارای مشتقات جزئی مرتبه اول باشد، حاصل x^2 ∂z/∂x - xy ∂z/∂y در نقطه (-1, 2) کدام است؟

-4 (1)

صفر (2)

4 (3)

(حل در جزوه همین)

(4) به مقدار مشتق تابع phi در نقطه (-1, 2) بستگی دارد.

۲۶۶- در خصوص نقاط بحرانی غیرواقع بر محورهای مختصات تابع با ضابطه f(x, y) = x^2 + y^2 + 1/(x^2y^2) کدام مورد درست است؟

x=0, y=0

(1) تابع دو نقطه مینیمم موضعی و دو نقطه زینی دارد. (2) تابع دو نقطه ماکزیمم موضعی و دو نقطه زینی دارد.

(3) تابع چهار نقطه ماکزیمم موضعی دارد. (4) تابع چهار نقطه مینیمم موضعی دارد.

(بسیخ در جزوه همین)

Lim n -> +inf (1/n^5 + 2/n^5 + ... + n^4/n^5) = Lim n -> +inf (1 + 2 + ... + n^4) / n^5

۲۶۷- حاصل lim n -> inf sum k=1 to n of k^4/n^5 کدام است؟

0.2 (1) ✓

0.5 (2)

1 (3)

2 (4)

(روش دوم در جزوه همین)

= Lim n -> +inf (n^5/5) / n^5 = 1/5 = 0.2

۲۶۸- اگر A = integral from 0 to 1 of sqrt(1+x^3) dx، آنگاه کدام مورد درست است؟

A <= 1 (1)

A <= 1/25 (2) ✓

A >= 1/5 (3)

A >= 1/75 (4)

0 < x <= 1 => 0 <= x^3 <= 1 => 1 <= 1+x^3 <= 2 => 1 <= sqrt(1+x^3) <= sqrt(2)

=> integral from 0 to 1 of 1 dx <= integral from 0 to 1 of sqrt(1+x^3) dx <= integral from 0 to 1 of sqrt(2) dx => 1 <= A <= sqrt(2)

=> A <= sqrt(2) approx 1.4

روش ۲

0 < x <= 1 => 1 <= 1+x^3 => sqrt(1+x^3) <= 1+x^3

integral from 0 to 1 of sqrt(1+x^3) dx <= integral from 0 to 1 of (1+x^3) dx => A <= (x + x^4/4) from 0 to 1 = 1 + 1/4 = 5/4 = 1.25

۲۶۹- اگر به ازای تابع پیوسته  $f$ ، تساوی  $\int_0^x f(t) dt = x \sin x + \int_0^x \frac{f(t)}{1+t^2} dt$  برقرار باشد، آنگاه مقدار  $f(\pi)$  کدام است؟

$$f(x) = \sin x + x \cos x + \frac{f(x)}{1+x^2}$$

$$f(x) \left(1 - \frac{1}{1+x^2}\right) = \sin x + x \cos x$$

$$f(\pi) \left(\frac{\pi^2}{1+\pi^2}\right) = 0 - \pi$$

۲۷۰- خط قائم بر سهمی  $x^2 = 2y$  را چنان رسم می‌کنیم که مساحت ناحیه محصور به سهمی و خط قائم، کمترین مقدار باشد. طول پاره خط ایجاد شده درون سهمی، کدام است؟

(حل در جزوه ضمیمه)

- (۱)  $2\sqrt{2}$
- (۲)  $4\sqrt{2}$
- (۳) ۴
- (۴) ۸

۲۷۱- اگر  $\vec{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, \sqrt{2} e^t)$  یک منحنی در فضا باشد، آنگاه بردار یک مماسی بر منحنی در  $t = \frac{\pi}{3}$  کدام است؟

$$\vec{v} = \vec{r}'(t) = (e^t \cos t - e^t \sin t, e^t \sin t + e^t \cos t, \sqrt{2} e^t)$$

$$t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \vec{v} = e^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{1-\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}, \sqrt{2} \right)$$

$$|\vec{v}| = e^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (\sqrt{2})^2} = 2e^{\frac{\pi}{3}}$$

$$\vec{T} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{1}{4} (1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}, 2\sqrt{2})$$

- (۱)  $\frac{1}{2} (1, 1, \sqrt{2})$
- (۲)  $\frac{1}{4} (1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}, 2\sqrt{2})$
- (۳)  $\frac{1}{2\sqrt{2}} (-\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{2})$
- (۴)  $\frac{1}{\sqrt{6}} (1, 1, 2)$

۲۷۲- حاصل  $\iint_D \frac{x-y}{\sqrt{x+y}} dx dy$  که در آن  $D$  ناحیه درون ربع دایره  $x^2 + y^2 = a^2$  به ازای  $x \geq 0$  و  $y \geq 0$  است، کدام است؟

نام بردار تغییر  $x \leftrightarrow y \Rightarrow \left. \begin{matrix} y^2 + x^2 = a^2 \\ y \geq 0 \\ x \geq 0 \end{matrix} \right\}$

$$\iint_D \frac{x}{\sqrt{x+y}} dx dy = \iint_D \frac{y}{\sqrt{y+x}} dy dx = \iint_D \frac{y}{\sqrt{x+y}} dx dy$$

- (۱) صفر
- (۲)  $a$
- (۳)  $a^2$
- (۴)  $-a^2$

۲۷۳- حجم ناحیه محدود به صفحه  $z + 2x = 8$  و سهمی گون  $z = x^2 + y^2$ ، کدام است؟

$$V = \iiint_D dz dx dy = \iint_D \int_{z=x^2+y^2}^{z=8-2x} dz dx dy$$

$$= \iint_D (8 - 2x - x^2 - y^2) dx dy = \iint_D (9 - ((x+1)^2 + y^2)) dx dy$$

- (۱)  $\frac{9}{2}\pi$
- (۲)  $8\pi$
- (۳)  $\frac{81}{2}\pi$
- (۴)  $23\pi$

$D: \begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ z + 2x = 8 \end{cases} \Rightarrow (x+1)^2 + y^2 = 9$

هیچ تریبون  
صحیح نیست

۲۷۴- اگر منحنی جهت‌دار C با ضابطه  $9x^2 + y^2 = 9$  با ساعتگرد باشد، مقدار

کدام است؟

$$\oint_C (y + y \sin^2 y) dx + (y^2 + xy \sin^2 y + x \sin^2 y) dy$$

$\frac{\partial F_1}{\partial y} = 1 + \sin^2 y + 2y \sin y \cos y$   
 $\frac{\partial F_2}{\partial x} = y \sin^2 y + \sin^2 y$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^2 (-1) dx dy = -2\pi \times 2 = -4\pi$$

۲۷۵- فرض کنید D ناحیه ربع دایره‌ای شکل به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۲ واقع در ربع اول باشد. اگر

آنگاه مقدار  $\iint_D xy(x^2 + y^2)^a dx dy = 3/2$  کدام است؟

انتگرال =  $\int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{r=0}^2 r \cos \theta \times r \sin \theta \times (r^2)^{\frac{a}{2}} r dr d\theta$

- ۱ (۱)
- ۲ (۲) ✓
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

=  $\int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos \theta \times \sin \theta d\theta \times \int_{r=0}^2 r^{3+a} dr$

=  $\frac{\sin^2 \theta}{2} \Big|_{\theta=0}^{\pi/2} \times \frac{r^{4+a}}{4+a} \Big|_0^2$

=  $\frac{1}{2} \times \frac{2^{4+a}}{4+a} = 3.2 = \frac{32}{10}$

$$\int \cancel{\sin \theta} \times \cos^n \theta d\theta = -\frac{\cos^{n+1} \theta}{n+1}$$

$$\int \cancel{\cos \theta} \times \sin^n \theta d\theta = \frac{\sin^{n+1} \theta}{n+1}$$

$\frac{4+a}{2} = \frac{32}{5} \Rightarrow \frac{4+a}{4+a} = \frac{2}{5} \Rightarrow 4+a=5 \Rightarrow a=1$



حل سوالات ریاضی کنکور ۱۴۰۰ - MBA

سؤال 246

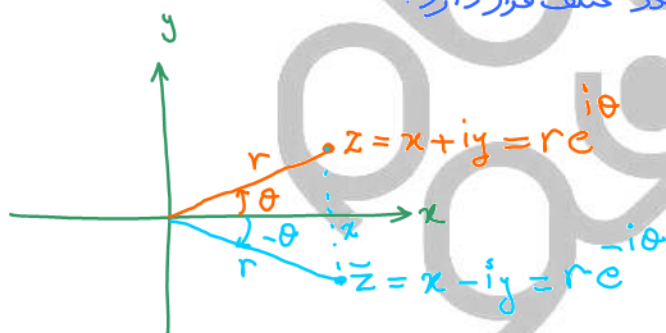
موارد استفاده از خصصات قطبی :

1- وقتی خواص یک عدد مختلط را به توان برسانیم.

2- محاسبه ریشه های اعداد

3- در محاسبه  $\ln$  ،  $\text{Ln}$

4- در توان، عدد مختلف قرار دارد.



$$\frac{10\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = 3\pi + \frac{\pi}{3} = \cancel{2\pi} + \pi + \frac{\pi}{3}$$



نکته: در محاسبه نسبت های مثلثاتی، از مضارب زوج  $\pi$  می توان صرف نظر کرد.

نکته: در تقسیم اعداد مختلف، اگر صورت و مخرج، مزدوج هم باشند، نیازی به محاسبه ۳ نیست چون ۳ در صورت و مخرج ساده می شوند.

نکته: در حل معادلات مختلف (عدالت درجه 2) می توانیم از فرمول های زیر استفاده کنیم  
 پس جنبش حقیقی و جنبش موهومی در طرف مساوی راه مساوی هم قرار دهیم.

$$z = x + iy \quad \bar{z} = x - iy \quad \text{Re}(z) = x$$

$$\text{Im}(z) = y \quad |z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad |z|^2 = x^2 + y^2$$

$$z\bar{z} = x^2 + y^2 \quad z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$$

$$\bar{z}^2 = x^2 - y^2 - 2xyi$$

نکته:  $a + ib = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$

ادامه حل سؤال 247

$$\begin{cases} x^2 - y^2 - 2x + 2 = 0 \quad (*) \\ 6y - 2xy = 0 \Rightarrow y(6 - 2x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ 6 - 2x = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases} \end{cases}$$

چون  $a$  حقیقی است پس معادله جواب ندارد.  $(*) \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = -4$

$(*) \Rightarrow 9 - y^2 + 6 + 2 = 0 \Rightarrow y^2 = 5 \Rightarrow y = \pm\sqrt{5}$

ریشه های اصلی  $z = x + iy = 3 + i(\pm\sqrt{5})$

$$\begin{cases} z_1 = 3 + i\sqrt{5} \\ z_2 = 3 - i\sqrt{5} \end{cases}$$


---


$$z_1 + z_2 = 6$$

تذکره: اگر در اعداد مختلف به جای  $x$  قرار دهیم:  $x + iy$  حواسمان باشد که  $x$  و  $y$  اعداد حقیقی هستند.

$$| \vec{v} \times \vec{w} | = \text{مساحت متوازی الاضلاع}$$

اگر  $\vec{N}$  بردار نرمال صفحه باشد برای اینکه مساحت تقویر متوازی الاضلاع ساخته شده توسط  $\vec{v}$  و  $\vec{w}$  را روی صفحه بدست آوریم از یکی از درویش زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{1}{\|\vec{N}\|} \vec{N} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = \text{مساحت تقویر متوازی الاضلاع}$$

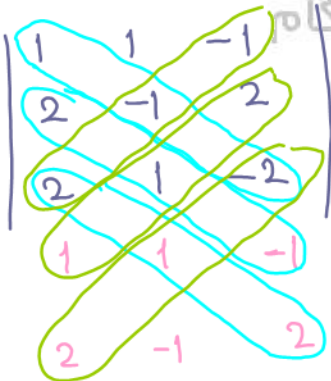
روش دوم



$$\Rightarrow \text{مساحت تقویر متوازی الاضلاع} = \frac{\text{عدد}}{\text{طول بردار نرمال صفحه}}$$

مرکز آموزشی نوگام

روش دوم سؤال 248



$$= (2 + (-2) + 4) - (2 + 2 + (-4)) = 4$$

$$\frac{4}{3}$$

$$\text{طول بردار نرمال صفحه} = \sqrt{(2)^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3$$

$$\text{معادله صفحه: } ax + by + cz + d = 0$$



$$\vec{N} = (a, b, c) = \text{بردار نرمال صفحه}$$

نتیجه:



فرمول : 
$$\begin{cases} \cosh(u) = \frac{e^u + e^{-u}}{2} \\ \cosh^{-1}(u) = \ln(u + \sqrt{u^2 - 1}) \end{cases}$$
 سوال 249

$(u > 1)$

$$e^{\ln a} = a$$

$$e^{b \ln a} = a^b$$

$$e^{-\ln a} = a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$f(x) = \cosh(\sinh^{-1} x) \Rightarrow f(1) = \cosh(\sinh^{-1} 1)$$

$$\sinh^{-1}(1) = \ln(1 + \sqrt{1^2 + 1}) = \ln(1 + \sqrt{2})$$

$$\cosh(\sinh^{-1} 1) = \cosh(\ln(1 + \sqrt{2})) = \frac{e^{\ln(1 + \sqrt{2})} + e^{-\ln(1 + \sqrt{2})}}{2}$$

$$= \frac{(1 + \sqrt{2}) + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}}{2} = \frac{(1 + \sqrt{2}) + (\sqrt{2} - 1)}{2} = \sqrt{2}$$

مرکز آموزشی نوگام

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} \times \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - 2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{-1} = \sqrt{2} - 1$$

$$(1) \quad [x+n] = [x] + n$$

↓  
(عدد صحیح)

$$(2) \quad [x] \leq x < [x] + 1 \quad \Rightarrow \quad 0 \leq x - [x] < 1$$

$$(3) \quad x-1 < [x] \leq x$$

نکته: هدف از تقسیم برد تابع، یافتن محدودیت‌ها  $f(x)$  (یا همان  $y$ ) می‌باشد.

نکته: معمولاً اگر برآکت داشته‌یم، بهتر است عبارت داخل برآکت را درست برآکت ببازیم.

مرکز آموزشی نوگام

روش تقسین جانب ها:

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$   $\rightarrow$   $y = a$  جانب افقی تابع و جانب مایل ندارد  
 حاصل حد = عدد  $= a \Rightarrow$   
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$   $\rightarrow$   $\infty$  حاصل حد  $\Rightarrow$  جانب افقی ندارد و شانس جانب مایل

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a \neq 0$   $\rightarrow$   $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - ax) = b$

جانب مایل  $y = ax + b$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty \Rightarrow$  جانب قائم  $x = a$

\* نکته: در توابع کسری، ریشه مخرج، کاندید جانب قائم هستند

هواسمان به دامنه باشند  $\rightarrow$  ریشه صورت کسر نباشند

\* اگر عددی مخرج کسر را صفر کند و با جاگذاری آن عدد در صورت کسر، صورت کسر تعریف شده و مخالف صفر باشد، آن عدد جانب قائم تابع است.

$$f(x) = ax + b + \frac{g(x)}{h(x)}$$

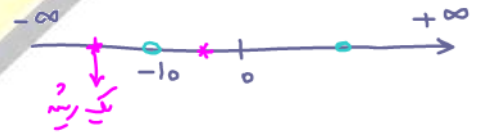
نکته: در توانی به صورت

در این صورت حتماً  $y = ax + b$  جانب

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{g(x)}{h(x)} = 0$$

مایل تابع است.

$$g(x) = x^3 + 500x^2 + 100x - 2000$$



$$\left. \begin{array}{l} g(-\infty) = -\infty < 0 \\ g(-10) > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نکته در } (-\infty, -10) \text{ دارد}$$

$$\left. \begin{array}{l} g(-10) > 0 \\ g(0) < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نکته در } (-10, 0) \text{ دارد}$$

مرکز آموزشی نوگام

$$\left. \begin{array}{l} g(0) < 0 \\ g(+\infty) > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نکته در } (0, +\infty) \text{ دارد}$$

سین مهزج دصیعاً ٭٭٭ رسنه دارد

$$\text{صورت} = 0 \Rightarrow 3x^3 + 500x^2 = 0 \Rightarrow x^2(3x + 500) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{500}{3} \end{cases}$$



که با جاذب‌سازی ریشه صورت، در مفرج کسر، هواره مخرج مخالف مفر است.

← تمام ریشه‌ها مفرج جانب مانع هستند ← تابع 3 جانب مانع دارد

از طرفی یک جانب افقی هم بدست آورده بودیم ←

4 = تعداد جانب‌ها



مرکز آموزشی نوگام

$$y = \frac{1+x}{x^{1+x}} = \frac{x \times x^x}{(1+x)^x} = x \times \left(\frac{x}{1+x}\right)^x =$$

$$= x \times \frac{1}{\left(\frac{1+x}{x}\right)^x} = x \times \frac{1}{\left(\frac{1}{x}+1\right)^x} = x \times \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x}$$

$$= x \times e^{-x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)} = x \times e^{-x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} + \frac{1}{3x^3} - \dots\right)}$$

$b = \ln a$   
 $a = e$

$$\ln(1+u) = u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \dots$$

$u \rightarrow 0$

$$= x \times e^{-1 + \frac{1}{2x} - \frac{1}{3x^2} + \dots}$$

$$= x e^{-1} \times e^{\left(\frac{1}{2x} - \frac{1}{3x^2} + \dots\right)}$$

$$e^u = 1 + u + \frac{u^2}{2!} + \frac{u^3}{3!} + \dots$$

$$= x e^{-1} \left( 1 + \left(\frac{1}{2x} - \frac{1}{3x^2} + \dots\right) + \frac{\left(\frac{1}{2x} - \frac{1}{3x^2} + \dots\right)^2}{2!} + \dots \right)$$

$$= x e^{-1} + \frac{1}{2e} + \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

$$y = \frac{1}{e}x + \frac{1}{2e}$$

جواب سوال تابع



نکته : در بدست آوردن جانب مایل، (برای توابعی که روش معمولی برای آنها قابل استفاده نیست) ممکن است بتوانیم با ساده سازی صورت سؤال، از سجاها مک لورن استفاده کنیم و ضرایب تابع را به صورت

$$f(x) = ax + b + \frac{g(x)}{h(x)}$$

بنویسیم. الیه  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{g(x)}{h(x)}$  آنگاه  $ax + b$  را جانب مایل تابع

در نظر بگیریم.

مرکز آموزشی نوگام

$$\left\{ \begin{array}{l} \ln(1+u) = u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \dots \Rightarrow \begin{cases} \ln(1+u) \sim u \\ \ln(1+u) \sim u - \frac{u^2}{2} \end{cases} \quad \text{نکته:} \\ u \rightarrow 0 \\ \\ \ln(u) = (u-1) - \frac{(u-1)^2}{2} + \frac{(u-1)^3}{3} - \dots \\ u \rightarrow 1 \end{array} \right.$$

سوال 253

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1+3^x)}{\ln(1+2^x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x}{2^x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{-x}}{3^{-x}}$$

ماترین رسید  $\Rightarrow$  حاصل  $= 0$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{-x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{+\infty} = 0$$

نکته: هرگاه توان (با جایگزینی  $x$ ) منفی شود، قبل از هر کاری با جابجایی توان جملهها در صورت و مخرج، توان هارا تبدیل به + می کنیم.

نکته: هرگاه در توان دو عبارت، با جایگزینی  $x$  به  $+\infty$  برسیم، قبل از استفاده از ساده رسید، توان هارا یکسان کرده و سپس باید هارا مقایسه می کنیم.

۰



ازهم ارزی

هوسپال

نکتہ



$$f(x) = \begin{cases} [ax] & x < 1 \\ e & x = 1 \\ x^{\frac{1}{x-1}} & x > 1 \end{cases}$$

بررسی پیوستگی  $x=1$  :

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^{\frac{1}{x-1}} = 1^\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} e^{\frac{1}{x-1}(x-1)} = e$$

(تغییر نام)


$$\lim_{x \rightarrow \bar{1}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \bar{1}} e^{[ax]} = e$$

برای پیوستگی

$$e = e^{[\bar{a}]} \Rightarrow$$

$$[\bar{a}] = 1$$

مرکز آموزشی نوگام

$$x \rightarrow \bar{1} \Rightarrow x < 1 \Rightarrow ax < a \Rightarrow ax \rightarrow \bar{a}$$



$$1 < a < 2$$

$$\leftarrow [\bar{a}] = 1$$

با توجه لزیمها، تنها لزیمه (2) قابل قبول است.

نکته: همیشه با مستق لری ی توان تفسیر نهایی بد کست را حساب کرد.

$x =$  تعداد واحدهای تولید شده



$$\text{هزینه متوسط} = \frac{\text{هزینه کل}}{\text{تعداد واحدهای تولید شده}}$$



$$\text{تعاصاً} = \frac{\text{درآمد کل}}{\text{تعداد واحدهای تولید شده}}$$

مرکز آموزشی نوگام

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c = \text{سب حفظ جاس}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow 0 = 12a + 4b + c \\ x=-2 \Rightarrow 0 = 12a - 4b + c \end{cases}$$

$$\boxed{b=d} \Rightarrow \boxed{12a + c = 0} \quad (*)$$

$$\begin{aligned} 8a + 4b + 2c + d &= 0 \\ -8a + 4b - 2c + d &= 6 \end{aligned} \xrightarrow{b=0} \begin{cases} 8a + 2c + d = 0 \\ -8a - 2c + d = 6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \underline{-8a - 2c + d = 6} \\ & 2d = 6 \\ & \boxed{d=3} \Rightarrow \boxed{8a + 2c = -3} \quad (**) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (*) & \rightarrow \begin{cases} 12a + c = 0 \\ 8a + 2c = -3 \end{cases} \\ (**) & \rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{16}, \quad b = -\frac{9}{4}$$

مرکز آموزشی نوگام



$$\begin{cases} a = \\ b = \end{cases} \square$$

عبارتی بر حسب C

نقده:

$$b' = \frac{db}{da} = \frac{\text{نسبت } b \text{ بر حسب } C}{\text{نسبت } a \text{ بر حسب } C}$$

$$\frac{d^2 b}{da^2} = b'' = \frac{db'}{da} = \frac{\text{نسبت } b' \text{ بر حسب } C}{\text{نسبت } a \text{ بر حسب } C}$$



مرکز آموزشی نوگام

نکته: در سوالاتی که  $y$  یا  $y'$  خواسته شده است اگر رابطه  $y$  به صورت

ضرب و تقسیم پرانتزهای توان دار وارد می‌شود، قبل از مشتق‌گیری

از طرفین  $\ln$  می‌گیریم و ساده می‌کنیم و سپس مشتق می‌گیریم.

همچنین اگر  $y = A^B$  و  $B$  عبارتی بر حسب  $x$  باشد، برای  $y$  مناسب آن

از طرفین  $\ln$  می‌گیریم.

توجه: حواسمان باشد که اگر عبارتی که در توان آن قرار دارد با جمله‌ای جمع یا منهای شده باشد  $\ln$  گرفتن از طرفین بسیاری مناسب نیست.

مرکز آموزشی نوگام



$$f(x) = \frac{(2x+1)^5 \cdot (x^3+1)^6}{(4x \cos x + 1)^{\frac{1}{2}}}$$

$$f''(0) = ?$$

$$x=0 \Rightarrow f(0) = y=1$$

$$\ln(y) = 5 \ln(2x+1) + 6 \ln(x^3+1) - \frac{1}{2} \ln(4x \cos x + 1)$$

$$\frac{y'}{y} = 5x \frac{2}{2x+1} + 6x \frac{3x^2}{x^3+1} - \frac{1}{2}x \frac{4 \cos x - 4x \sin x}{4x \cos x + 1}$$

$$x=0 \Rightarrow y=1 \Rightarrow y' = 10 + 0 - 2 \Rightarrow y' = 8$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{10}{2x+1} + \frac{18x^2}{x^3+1} - \frac{1}{2}x \frac{4 \cos x - 4x \sin x}{4x \cos x + 1}$$

$$\frac{y''x - 8^2}{1^2} = \frac{-20}{1^2} + 0 - \frac{1}{2}x \frac{0 - (4)^2}{1}$$

$$y'' - 64 = -20 + 8 \Rightarrow y'' = 52$$

نکته: برای حل سوالاتی که عبارت‌ها «دبسترین»، «کمترین»، «دورترین» یا «نزدیکترین» یا... را دارند، تابع‌جوی این عبارت‌ها را بنویسیم و از آن مشتق گرفته و مساوی صفر می‌گذاریم



نکته: در سؤالاتی که می‌خواهیم «مقدار تقریبی» یک عبارت را به دست آوریم:

1- تعیین تابع  $f$  (در عبارت حسابی، به جای اعداد داده شده  $x$ ،  $y$  و ... می‌گذاریم.)

2- تعیین  $x$ ،  $y$  و  $z$  (  $x$  و  $y$  و  $z$  اعداد ریزی هستند که می‌توانیم مقدار تابع  $f(x)$  را در آن‌ها به سادگی حساب کنیم.)

3-  $\Delta x$  و  $\Delta y$  و  $\Delta z$  را به دست آوریم.

4- حساب  $f_x$ ،  $f_y$  و  $f_z$  و جایگزینی مقادیر  $x$ ،  $y$  و  $z$  (مرحله دوم)

5- حساب مقدار تابع در  $x$ ،  $y$  و  $z$  (حتماً:  $f(x, y, z)$ )

6- جایگزینی در فرمول

$$\approx f(x, y, z) + f_x \Delta x + f_y \Delta y + f_z \Delta z$$

مرکز آموزشی نوگام

$$\frac{(1.03)^2}{\sqrt{3.98} \sqrt[4]{1.02^3}} = (1.03)^2 (3.98)^{-\frac{1}{2}} (1.02)^{-\frac{3}{8}}$$

$$f(x, y, z) = x^2 y^{\frac{1}{2}} z^{-\frac{3}{8}}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=4 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x = \text{عدد داده شده} - x = 1.03 - 1 = 0.03 \\ \Delta y = \text{عدد داده شده} - y = 3.98 - 4 = -0.02 \\ \Delta z = \text{عدد داده شده} - z = 1.02 - 1 = 0.02 \end{cases}$$

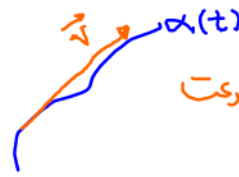
$$\begin{cases} f_x = 2x y^{\frac{1}{2}} z^{-\frac{3}{8}} \\ f_y = -\frac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} x^2 z^{-\frac{3}{8}} \\ f_z = -\frac{3}{8} z^{-\frac{11}{8}} x^2 y^{\frac{1}{2}} \end{cases} \xrightarrow{x=1, y=4, z=1} \begin{cases} f_x = 1 \\ f_y = -\frac{1}{16} \\ f_z = -\frac{3}{16} \end{cases} \Rightarrow f(1, 4, 1) = \frac{1}{2}$$

مقدار خواسته شده  $\approx \frac{1}{2} + (1 \times 0.03) + (-\frac{1}{16} \times -0.02) + (-\frac{3}{16} \times 0.02)$

$$= 0.5 + 0.03 - \frac{4}{1600} = 0.5275$$

نکته: در سوالات مربوط به معادله خط و صفحه (مکان یا ماتریکس):

معادله خط و صفحه پارامتری داشته باشند



بردار نرمال صفحه  $\vec{V} = \alpha'(t) =$  بردار سرعت  
بردار هادی خط

معادله خط و صفحه رویه مانند  $\nabla f =$

$f(x, y, z) = 0$  داده شده

بردار نرمال صفحه  
بردار هادی خط

معادله دو تا رویه مانند

$f(x, y, z) = 0$  و  $g(x, y, z) = 0$  داده شده

$\Rightarrow \nabla f \times \nabla g =$

بردار نرمال صفحه  
بردار هادی خط

مرکز آموزشی نوگام

سؤال 263

بردار نرمال صفحه =  $(-6, 2, 2)$ نقطه =  $(3, 3, 5)$ 

$$\Rightarrow \text{معادله صفحه: } 2(x-5) + 2(y-3) - 6(z-3) = 0$$

$$\underline{2x} - 10 + \underline{2y} - 6 - \underline{6z} + 18 = 0$$

$$\boxed{x + y - 3z + 1 = 0}$$

معادله صفحه



مرکز آموزشی نوگام



$$u = x^2 y \quad , \quad x^3 + y^3 + 2xy = -2 \Rightarrow \frac{du}{dx} (-1, 1) = ?$$

$x = -1 \quad y = 1$

سؤال 264

$$\begin{cases} f: x^2 y - u = 0 \\ g: x^3 + y^3 + 2xy + 2 = 0 \end{cases}$$

متغیر  $x, y, u$

$$\frac{du}{dx} = - \frac{\frac{\partial(f, g)}{\partial(x, y)}}{\frac{\partial(f, g)}{\partial(u, y)}}$$

(متغیر باقی مانده)

$$= - \frac{\begin{vmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} f_u & f_y \\ g_u & g_y \end{vmatrix}} = - \frac{\begin{vmatrix} 2xy & x^2 \\ 3x^2 + 2y & 3y^2 + 2x \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & x^2 \\ 0 & 3y^2 + 2x \end{vmatrix}}$$

$x = -1$   
 $y = 1$

مرکز آموزشی نوگام

$$= - \frac{\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}} = -7$$

نکته: درستی با چهار متغیر  $f, g =$  درستی  $u, y, x =$  چهار متغیر

$$\frac{\partial x}{\partial u} = - \frac{\frac{\partial(f, g)}{\partial(u, y)}}{\frac{\partial(f, g)}{\partial(x, y)}}$$

تابع دیگر

$$z = \frac{1}{3}y^2 \times \frac{1}{x} + \phi(xy) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{3}y^2 x^{-1} + y\phi'(xy) \\ \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2}{3}y \times \frac{1}{x} + x\phi'(xy) \end{cases} \quad \text{سؤال 265}$$

در نقطه  $(-1, 2)$

$$\begin{matrix} x = -1 \\ \longrightarrow \\ y = 2 \end{matrix} \begin{cases} \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{4}{3} + 2\phi'(-2) \\ \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{4}{3} - \phi'(-2) \end{cases}$$

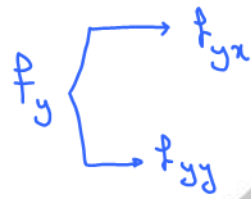
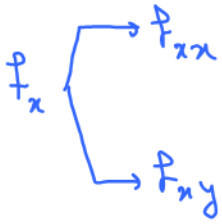
$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} = 1 \times \left( -\frac{4}{3} + 2\phi'(-2) \right) + 2 \left( -\frac{4}{3} - \phi'(-2) \right) = \boxed{-4}$$

مرکز آموزشی نوگام

Min و max مرتفی (سفی) ر زینی

شرط اول:  $\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \rightarrow$  بدست آوردن نقاط بحرانی (کانتینا السترم)

مقادیر



مردل سورا

$$H = \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{vmatrix}$$

$\Rightarrow$  زینی  $f_{xx} = \ominus \Rightarrow$  خوب ترین  
 $\Rightarrow$  خوب دترسین  $f_{xx} = \oplus$   
 $\Rightarrow$  min  $f_{xx} = \oplus$   
 $\Rightarrow$  max  $f_{xx} = \ominus$   
 $\Rightarrow$  آزمون بی خوب  $f_{xx} = 0$

مرکز آموزشی نوگام

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + x^{-2}y^{-2}$$

$$\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2x^{-3}y^{-2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{x^3y^2} \Rightarrow x^4y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{1}{x^4} \\ 2y - 2y^{-3}x^{-2} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{x^2y^3} \Rightarrow x^2y^4 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{x^6} = 1 \Rightarrow x^6 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$x=1 \xrightarrow{y^2 = \frac{1}{x^4}} y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$   
 $x=-1 \xrightarrow{y^2 = \frac{1}{x^4}} y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$

نقاط بحرانی: A(1,1)    B(1,-1)    C(-1,1)    D(-1,-1)

$$f_x = 2x - 2x^{-3}y^{-2}$$

$x \Rightarrow f_{xx} = 2 + 6x^{-4}y^{-2}$   
 $y \Rightarrow f_{yy} = 0 + 4x^{-3}y^{-3}$

$$f_y = 2y - 2y^{-3}x^{-2}$$

$x \Rightarrow f_{yx} = 4x^{-3}y^{-3}$   
 $y \Rightarrow f_{yy} = 2 + 6y^{-4}x^{-2}$

$$|H| = \left(2 + \frac{6}{x^4y^2}\right) \left(2 + \frac{6}{x^2y^4}\right) - \frac{16}{x^6y^6} \xrightarrow{A(1,1)} \begin{cases} |H| = 64 - 16 > 0 \\ f_{xx} = 8 > 0 \end{cases} \Rightarrow A = \min$$

نکته: در سوالات مربوط به حد، هر گاه از  $n$  تا  $n$  ، توان ها ثابت اعداد با هم

جمع شده باشد  $(n \rightarrow +\infty)$  به یاد صم ارزی زیر باسیم:

$$1 + 2^p + 3^p + 4^p + \dots + n^p \sim \frac{n^{p+1}}{p+1} \sim \frac{n^{p+1}}{p+1} + \frac{n^p}{2} \quad (p > -1)$$

$(n \rightarrow +\infty)$



مرکز آموزشی نوگام

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^4}{n^5} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{k^4}{n^4}$$

سؤال 267

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n}\right)^4 = \int_0^1 x^4 dx = \frac{x^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{1}{5}$$

$$1 \leq k \leq n \rightarrow \frac{1}{n} \leq \frac{k}{n} \leq 1 \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \leq x \leq 1$$

مرکز آموزشی نوگام

نکته: هرگاه یک ساری داشته باشیم که:

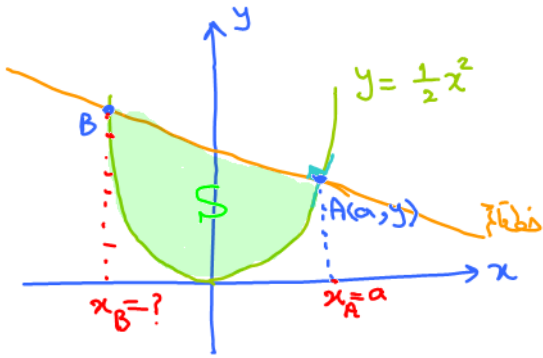
1- در حد در آنکرا، تغییر دیده شود.

2- در داخل آنکرا یا ' یا " یا ساهده شود.

معمولاً بهتر است از طمین ساری مستق بلینیم.



مرکز آموزشی نوگام



- 1- معادله خط قائم
- 2- تقاطع خط قائم و سهمی و بدست آوردن A و B
- 3- حساب مساحت (S)
- 4-  $S' = 0$  ← ی بنویسید بدست آید ← A, B دقیقاً معلوم شود
- 5- طول پاره خط AB

حل:  $A(a, \frac{1}{2}a^2)$

نقطه را نقطه ریشه ریسمی ←

معادله خط قائم بر سهمی در A:  $y = \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow y' = x \xrightarrow{\text{در A}} y' = a =$  شیب خط قائم

↓  
شیب خط قائم =  $-\frac{1}{a}$

نقطه  $A(a, \frac{1}{2}a^2)$  در معادله خط قائم:  $y - \frac{1}{2}a^2 = -\frac{1}{a}(x - a)$   
شیب =  $-\frac{1}{a}$

معادله خط قائم:  $y = -\frac{1}{a}x + \frac{a^2}{2} - 1$

تقاطع خط قائم و سهمی:  $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ y = -\frac{1}{a}x + \frac{a^2}{2} - 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{a}x + \frac{a^2}{2} - 1$



$$x^2 + \frac{2}{a}x - (a^2 + 2) = 0 \implies \begin{cases} \text{محل اولی از ریشه ها} = -\frac{2}{a} \\ \text{محل دوم از ریشه ها} = -(a^2 + 2) \end{cases} \implies a = \dots$$

تقاطع سهوی رخت به ریشه ها = نقاط تقاطع A و B

$$\text{ریشه دیگر} = \frac{-(a^2 + 2)}{a} = -a - \frac{2}{a} = x_B$$

مساحت محدود بین خط قائم و سهوی = (کف - سقف)  $\int_{x_B}^{x_A}$

$$S = \int_{-a-\frac{2}{a}}^a \left( \left( -\frac{1}{a}x + \frac{a^2}{2} + 1 \right) - \left( \frac{1}{2}x^2 \right) \right) dx$$

$$= -\frac{1}{2} \int_{-a-\frac{2}{a}}^a \left( x^2 + \frac{2}{a}x - a^2 - 2 \right) dx = -\frac{1}{2} \int_{-a-\frac{2}{a}}^a \left( x^2 + \frac{2}{a}x + \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^2} - a^2 - 2 \right) dx$$

مرکز آموزشی نوگام

$$= -\frac{1}{2} \int_{x=-a-\frac{2}{a}}^{x=a} \left( x + \frac{1}{a} \right)^2 - \left( a + \frac{1}{a} \right)^2 dx = -\frac{1}{2} \left[ \frac{\left( x + \frac{1}{a} \right)^3}{3} - \left( a + \frac{1}{a} \right)^2 x \right]_{x=-a-\frac{2}{a}}^{x=a}$$

$$= \dots = \frac{2}{3} \left( a + \frac{1}{a} \right)^3$$

مساحت =  $\min$  ← منقبت

$$S = \frac{2}{3} \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 \xrightarrow{\text{نسبت } a} \frac{2}{3} \times 3 \underbrace{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2}_{\neq 0} \left(1 - \frac{1}{a^2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{a^2} = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

$$a + \frac{1}{a} \geq 2$$

$$a + \frac{1}{a} \leq -2$$

$$A\left(a, \frac{1}{2}a^2\right) \xrightarrow{a=1} A\left(1, \frac{1}{2}\right)$$

$$x_B = -a - \frac{2}{a} \xrightarrow{a=1} x_B = -3 \Rightarrow y_B = \frac{1}{2}(-3)^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow B\left(-3, \frac{9}{2}\right)$$

(نقطه B)

$$AB = \sqrt{(-3-1)^2 + \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2}\right)^2} = 4\sqrt{2}$$

مرکز آموزشی نوگام

نکته: اگر در انتگرال دوگانگی دایره ای با مرکز غیر از مبدأ مختصات داشته باشیم و معادله دایره در داخل انتگرال دوگانه دیده شود (و فقط یک عدد امانت داشته باشد) در این صورت می‌توان از استفاده از مختصات قطبی بهره‌مند است. تغییر متغیر به هم.

ادامه حل 273

$$D: (x+1)^2 + y^2 = 9$$

$$\begin{cases} x+1=u \\ y=v \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{J} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$\text{انتگرال} = \iint_D 9 - ((x+1)^2 + y^2) \, dx \, dy = \iint_{D: u^2+v^2=9} (9 - (u^2+v^2)) \frac{1}{1} \, du \, dv$$

$$= \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^3 (9 - r^2) r \, dr \, d\theta = \int_{\theta=0}^{2\pi} d\theta \times \int_{r=0}^3 (9r - r^3) \, dr$$

مرکز آموزشی نوگام

$$= 2\pi \times \left( \frac{9r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right) \Big|_0^3 = 2\pi \left( \frac{81}{2} - \frac{81}{4} \right) = \frac{81\pi}{2}$$

انتگرال سطح  $\Rightarrow \iint ds$  یا  $\iint d\sigma$

- $\iint ds$   $\Rightarrow$ 
  - 1- عایبه  $ds$
  - 2- از مقدار سطح داخل انتگرال استغاده کنیم
  - تأدر متغیره سؤد
  - 3- انتگرال رو تا سرادرو صحنه حل می کنیم
- $\iint \vec{F} \cdot \vec{n} ds \Rightarrow$

مقادیر سطح:  $z = g(x, y) \Rightarrow ds = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2} dx dy$

$S: z = \sqrt{a(x^2 + y^2)} \Rightarrow ds = \sqrt{a+1} dx dy$

حاله حاضر  
وینتگرار

مرکز آموزشی نوگام  
 $S: x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \Rightarrow ds = \frac{a}{\sqrt{a^2 - (x^2 + y^2)}} dx dy$   
 نیم کره بالایی

\* همیشه از عادلہ سطح داده سئده می توانیم در داخل آن شکل استعاده کنیم .

$$\int\int\int_{\text{سطح}} dy dz + dx dz + dx dy \Rightarrow \text{بیاد دیورژانس باشیم}$$

یا  
شمار

دیورژانس  $\Rightarrow$  سطح سبب باشند و تابع داخل آن شکل در داخل درری سطح داده شده تعریف شده باشد

اگر با اضافه کردن یک سطح افقی، سطح داده شده تبدیل به یک سطح سبب شود  
↓  
دیورژانس

اگر سطح داده شده سبب باشند

در چنین صورتی  $\Leftarrow$  گن است بهتر باشند که مستقیم آن شکل سطح را حل کنیم.

$$\int\int\int_{\text{سبب}} \text{div } F = \int\int\int_{\text{س}} \text{div } F + \int\int\int_{\text{س}'} \text{div } F$$

$$\int\int\int_{\text{س}} \text{div } F = \int\int\int_{\text{س}} \text{div } F - \int\int\int_{\text{س}'} \text{div } F$$

- 1- اگر سطح سبب باشند :  $\int\int\int_{\text{س}} \text{div } F$  محاسبه
- 2- آن شکل صورت سوال ری سطحی که اضافه کرده ایم محاسبه کنیم
- 3-  $\int\int\int_{\text{س}} - \int\int\int_{\text{س}'}$

\* در زمینه دیوژانس بردارها  $\vec{n}$  همیشه به سمت خارج سطح است .

ارائه سوال 138 ص 1400

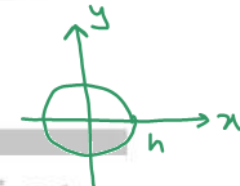
$$\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds$$

از صفحه  $z=h$   $\Rightarrow \vec{n} \, ds = \oplus (0, 0, 1) \, dx \, dy$   $\Rightarrow \iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds = \iint_D (y-z, z-x, x-y) \cdot (0, 0, 1) \, dx \, dy$

حاشیه:  $\vec{F} = (y-z, z-x, x-y)$

$$= \iint_D (x-y) \, dx \, dy = \iint_D x \, dx \, dy - \iint_D y \, dx \, dy = 0$$

$D: \begin{cases} z=h \\ z^2 = x^2 + y^2 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = h^2$



مرکز آموزشی نوگام

حاصل  $= \iiint \text{div} - \iint_S = 0 - 0 = 0$

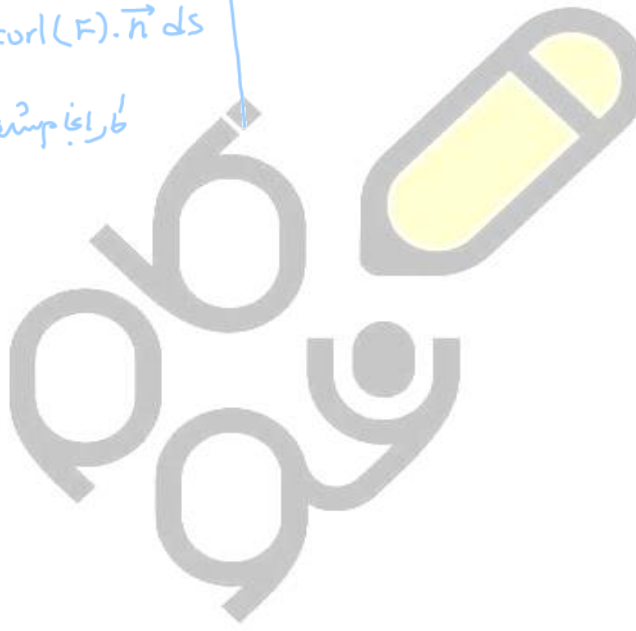
انتگرال

$$\int_C \{ dx + dy + dz \} \Rightarrow \text{حاسب } \text{curl } F \begin{cases} \rightarrow \text{curl}(F) = (0, 0, 0) \Rightarrow \text{محامل} \\ \rightarrow \text{curl}(F) \neq (0, 0, 0) \Rightarrow \text{استوئیس} \end{cases}$$

+  
معنی سیم

$$\int \int_S \{ \text{curl}(F) \cdot \vec{n} \} dS \Rightarrow \text{استوئیس}$$

سار  $\text{curl}(F)$   
کار انجام شده توسط  $F$



مرکز آموزشی نوگام

نکته: اگر در صفحه استوکی تقاطع صفحه  $Z=a$  و یک سطح دیگر داشته باشیم بهتر است  $\vec{n} dS$  را از علامت صفحه به دست آوریم.

اگر در صفحه استوکی تقاطع هر صفحه ای به خط صفحه  $Z=a$  باشد سطح دیگر داشته باشیم فقط مقدار  $\vec{n}$  را از فرمول صفحه محاسبه می کنیم:

$$\vec{n} = \pm \frac{\nabla g}{|\nabla g|}$$

ارامه حل سؤال 139 ضامع 1400

S:  $x + y + z = 0 \Rightarrow \nabla g = (1, 1, 1)$

$$\vec{n} = \pm \frac{\nabla g}{|\nabla g|} = \pm \frac{(1, 1, 1)}{\sqrt{3}} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} (1, 1, 1)$$

استوکی  $\Rightarrow$  حاصل =  $\iint \text{curl } F \cdot \vec{n} \, dS = \iint (-1, -1, -1) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} (1, 1, 1) \, dS$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \iint -3 \, dS = \frac{-3}{\sqrt{3}} \iint dS = \frac{-3}{\sqrt{3}} \times \text{مساحت صفحه}$$

مساحت دایره عظیمه کره =  $-\sqrt{3} \times$

$$= -\sqrt{3} \times \pi (2)^2 = -4\pi\sqrt{3}$$

صفحه دایره عظیمه کره - صفحه کره

\* اگر صفحه  $Z=a$  ، یک کره را قطع کند } اگر صفحه از مرکز کره عبور نکند ، تقاطع آن ها همان دایره عظیمه کره است  
 اگر صفحه از مرکز کره عبور نکند ، تقاطع آن ها دایره  $\neq$  با صفحه کمتر از صفحه کره است .



نفسه برداری 98) مقدار انتگرال  $\iint_S (x+2y^2+3z^2) ds$  که در آن  $S$  کره  $x^2+y^2+z^2=1$  می باشد، کدام است؟

- (1) 0      (2)  $\frac{8\pi}{3}$       (3)  $4\pi$       (4)  $\frac{20\pi}{3}$  ✓

نکته: مساحت کره  $\Rightarrow \iint_S (x^2+y^2+z^2) ds = \iint_S a^2 ds = a^2 \times 4\pi(a)^2 = 4\pi a^4$

مساحت کره:  $x^2+y^2+z^2=a^2 \Rightarrow \iint_S (x^2+y^2+z^2) ds = \iint_S a^2 ds = a^2 \times 4\pi(a)^2 = 4\pi a^4$

سطح کره:  $x \leftrightarrow y \Rightarrow$  معادله کره بدون تغییر  $\Rightarrow \iint_S x^2 ds = \iint_S y^2 ds$

سطح کره:  $x \leftrightarrow z \Rightarrow$  معادله کره بدون تغییر  $\Rightarrow \iint_S x^2 ds = \iint_S z^2 ds$

$\Rightarrow \iint_S x^2 ds = \iint_S y^2 ds = \iint_S z^2 ds$

$4\pi a^4 = \iint_S (x^2+y^2+z^2) ds = \iint_S x^2 ds + \iint_S y^2 ds + \iint_S z^2 ds = 3 \iint_S x^2 ds$

$\Rightarrow \iint_S x^2 ds = \iint_S y^2 ds = \iint_S z^2 ds = \frac{1}{3} \times 4\pi (مساحت)^4$

$\iint_S (x+2y^2+3z^2) ds = 2 \iint_S y^2 ds + 3 \iint_S z^2 ds =$

کره:  $x^2+y^2+z^2=1$

حل نفسه برداری 98

$= 5 \times \frac{1}{3} \times 4\pi (مساحت)^4 = \frac{20\pi}{3}$

سوران 88 و 89 . مقدار انگرال رویای  $\iint_S (x^2 + y^2) ds$  که در آن S کره

$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  ی باشد، کدام است؟

- (1)  $2\pi a^4$  (2)  $4\pi a^4$  (3)  $\frac{4}{3}\pi a^4$  (4)  $\frac{8}{3}\pi a^4$  ✓

$$\text{محل} = \frac{2}{3} \times 4\pi (a)^4 = \frac{8\pi a^4}{3}$$



عمران 92. مقدار  $\int_C z dx + x dy + y dz$  که در آن C منحنی  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$

می باشد کدام است؟ (جهت C به گونه ای است که وقتی از مبدأ به آن نگاه می شود،

ساعتگرد است.)

- (1)  $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$  ✓ (2)  $2\pi\sqrt{3}$  (3)  $\frac{2\pi}{3}$  (4)  $2\pi$

استوکی  $\Rightarrow \text{curl}(F) = (1, 1, 1)$    
 هم‌بسته

S:  $g(x, y, z) = x + y + z - 1 = 0 \Rightarrow \nabla g = (1, 1, 1)$

$\vec{n} = \frac{\nabla g}{|\nabla g|} = \frac{(1, 1, 1)}{\sqrt{3}} = \frac{(1, 1, 1)}{\sqrt{3}}$

استوکی  $\Rightarrow$  حاصل  $= \iint \text{curl } F \cdot \vec{n} \, dS = \frac{1}{\sqrt{3}} \iint (1, 1, 1) \cdot (1, 1, 1) \, dS$

$= \iint \frac{3}{\sqrt{3}} \, dS = \frac{3}{\sqrt{3}} \iint dS = \sqrt{3} \times \text{مساحت سطح منحنی} = \sqrt{3} \times \text{مساحت} = *$

چون مرکز دایره (۰، ۰، ۰) داخل منحنی قرار ندارد  $\Rightarrow$  سطح ایجاد شده یک دایره با شعاع کمتر از شعاع کره است.



$d = \frac{|0+0+0-1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$    
  $x+y+z=1$  نام منحنی

$r^2 = 1^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{2}{3}}$    
 شعاع دایره

$* = \sqrt{3} \times \pi \left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = \frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$

(MBA 92) اگر  $S$  بیگانه باشد، مقدار آنکول روی  $xy$   $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$

تابع  $xy^2z^2$  بر روی  $S$  کرام است؟

$\frac{\pi a^6}{15}$  (4)

$\frac{2\pi a^6}{15}$  (3) ✓

$\frac{\pi a^6}{10}$  (2)

$\frac{2\pi a^6}{5}$  (1)

در حساب آنکول سطح توابع اسفاله آنکول به روش مستقیم ساده نباشد و سطح داده شده نسبت به  $xy$  یا  $yz$  یا  $xz$  هم  $z = a$  است پس باید روش زیرمسائل را حل کنیم.

حل  $\iint_S xy^2z^2 ds = \iiint_V \vec{F} \cdot \vec{n} ds$

بیگانه  $S: x^2 + y^2 + z^2 = a^2$   
 $z \geq 0$   
 $\Rightarrow \nabla g = (2x, 2y, 2z)$

$|\nabla g| = \sqrt{4(x^2 + y^2 + z^2)} = 2a$

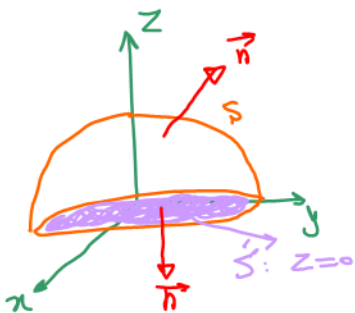
$\vec{n} = \frac{\nabla g}{|\nabla g|} = \frac{1}{a}(x, y, z)$

$\vec{F} = (F_1, F_2, F_3) \Rightarrow \vec{F} \cdot \vec{n} =$  تابع داخل آنکول

$(F_1, F_2, F_3) \cdot \frac{1}{a}(x, y, z) = xy^2z^2$

$\frac{1}{a} x F_1 + \frac{1}{a} y F_2 + \frac{1}{a} z F_3 = xy^2z^2 \Rightarrow \begin{cases} F_1 = \frac{a}{2} xy^2 \\ F_2 = \frac{a}{2} x^2 y \\ F_3 = 0 \end{cases}$

$\vec{F} = (\frac{a}{2} xy^2, \frac{a}{2} x^2 y, 0)$



$\iint_{S \cup S'} \vec{F} \cdot \vec{n} ds = \iiint_V \text{div } F dv$

$\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} ds + \iint_{S'} \vec{F} \cdot \vec{n} ds = \iiint_V \text{div } F dv$

$$\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds = \iiint_{\text{بندریه } S} x^2 y^2 \, dV$$

$$S': z=0 \Rightarrow \vec{n} \, dS = (0, 0, -1) \, dx \, dy \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \iint_{S'} \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS = 0$$

$$\vec{F} = \left( \frac{a}{2} x y^2, \frac{a}{2} x^2 y, 0 \right)$$

$$\text{div}(F) = \frac{a}{2} y^2 + \frac{a}{2} x^2 \Rightarrow \iiint \text{div} F = \frac{a}{2} \iiint (x^2 + y^2) \, dV = *$$

نیلته:  $\iiint x^2 \, dV = \iiint y^2 \, dV = \iiint z^2 \, dV = \frac{1}{3} \times \frac{4\pi}{5} (a^2)^5$

$$* = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times 2 \times \frac{1}{3} \times \frac{4\pi}{5} (a)^5 = \frac{4\pi}{15} a^6 \times \frac{1}{2} = \frac{2\pi}{15} a^6$$

مرکز آموزشی نوگام

$$\iint_{\text{بندریه } S} \vec{F} \cdot \vec{n} \, ds = \iiint \text{div} F - \iint_{S'} = \frac{2\pi}{15} a^6 - 0 = \frac{2\pi}{15} a^6$$